Retta tangente

Materiale integrativo del

Corso integrato di

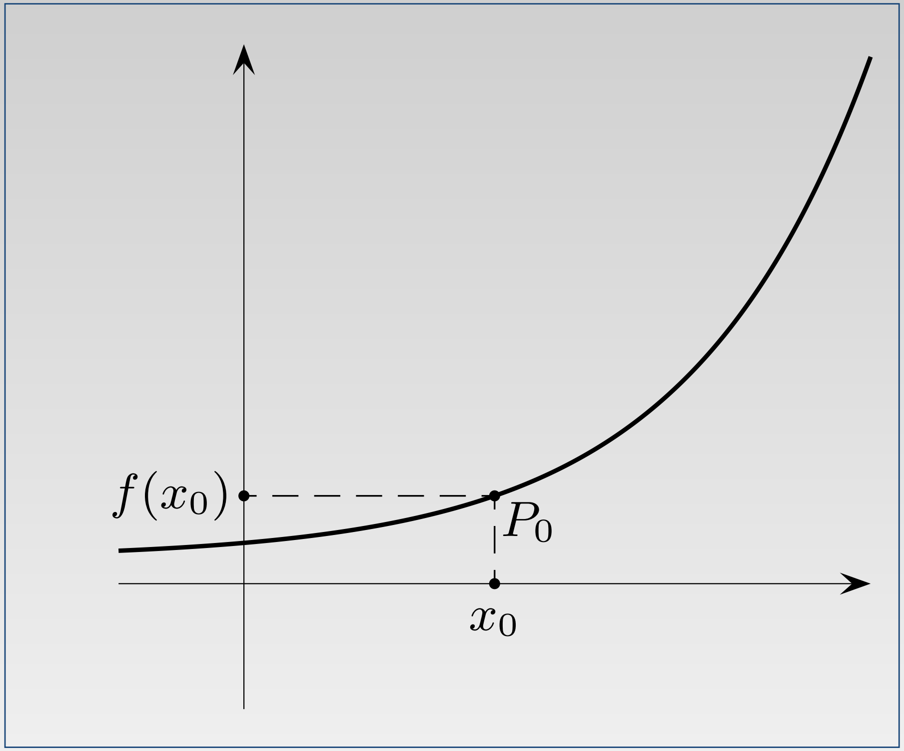
Matematica

per le scienze naturali ed applicate

Paolo Baiti, Lorenzo Freddi

Retta tangente

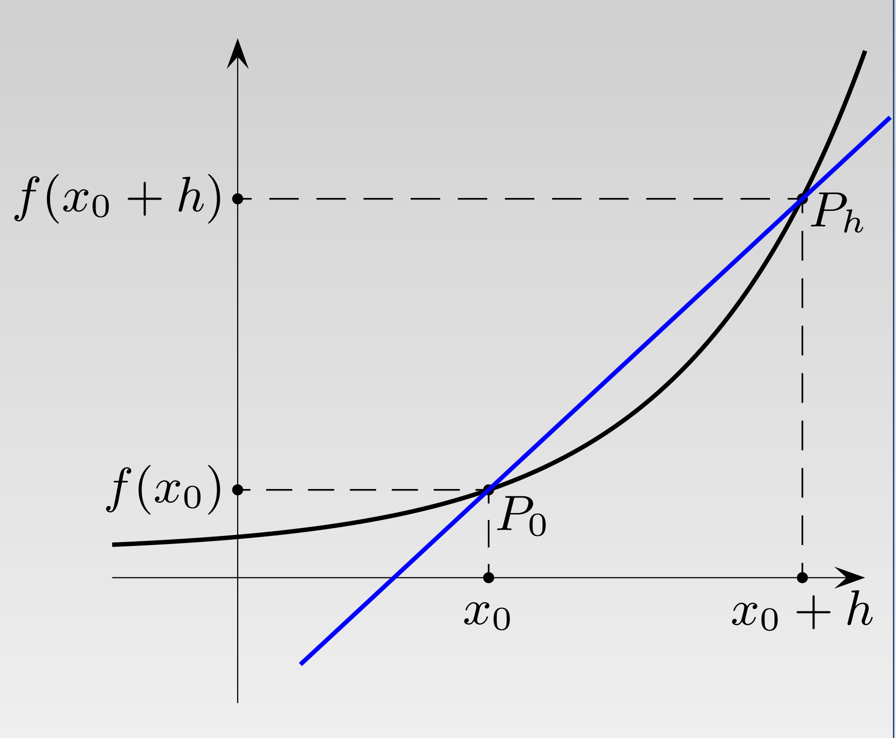
Sia $f :]a, b[\to \mathbb{R}$ continua e $x_0 \in]a, b[$



Retta tangente

Sia $f\,:]a,b[\to \mathbb{R}$ continua e $x_0 \in]a,b[$

Tracciamo la retta secante passante per i punti di ascissa x_0 e x_0+h.



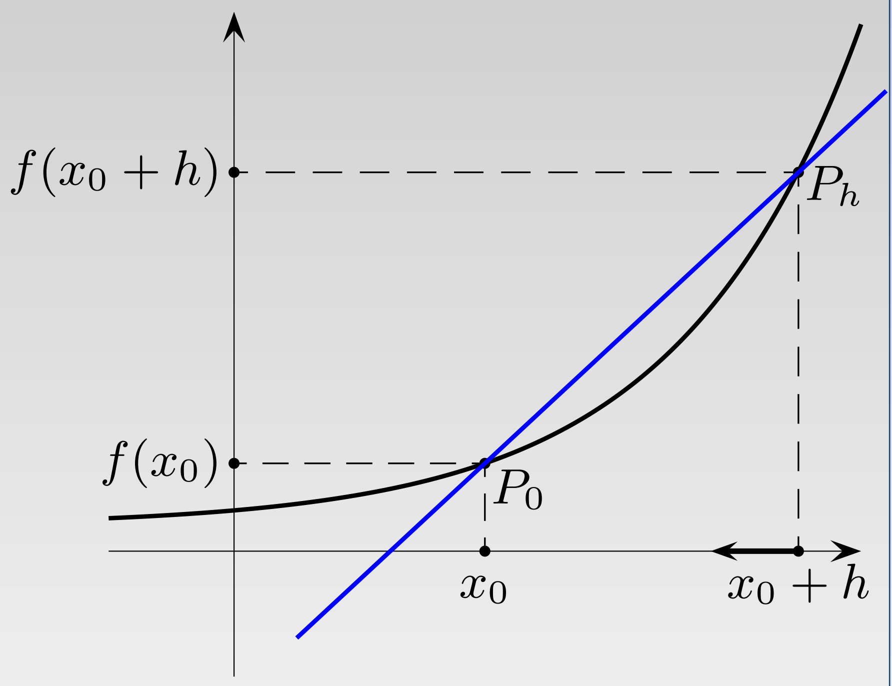
Equazione della secante: $$y=(x-x_0)\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}+f(x_0)$$

Retta tangente

Sia $f :]a, b[\to \mathbb{R}$ continua e $x_0 \in]a, b[$

Tracciamo la retta secante passante per i punti di ascissa x_0 e $x_0 + h$.

Facciamo tendere h a zero, quindi $x_0 + h$ tenderà a x_0.



Equazione della secante:
$$y = (x - x_0)\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} + f(x_0)$$

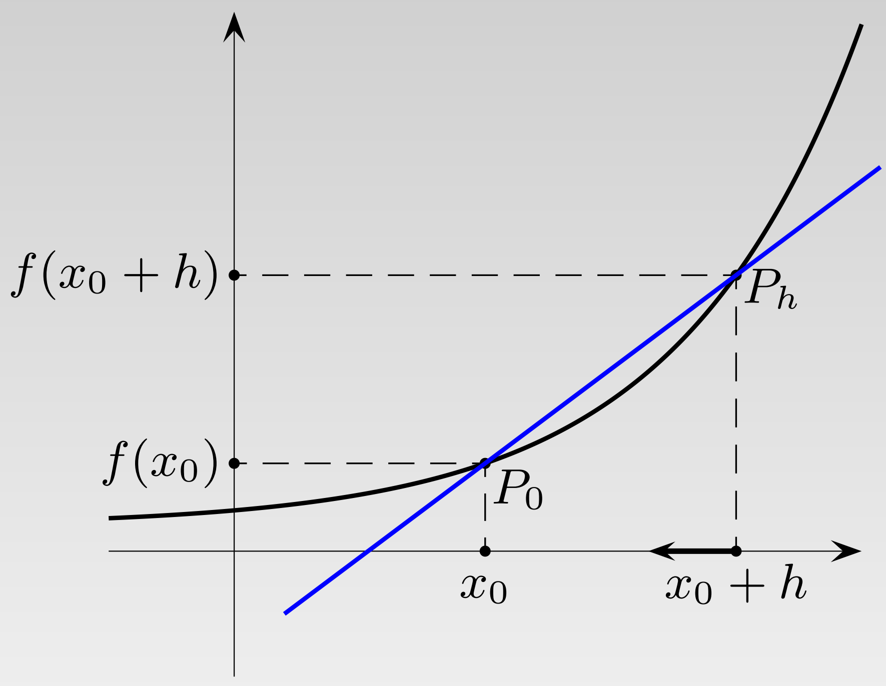
Retta tangente

Sia $f :]a,b[\to \mathbb{R}$ continua e $x_0 \in]a,b[$

Tracciamo la retta secante passante per i punti di ascissa x_0 e $x_0 + h$.

Facciamo tendere h a zero, quindi $x_0 + h$ tenderà a x_0.

Corrispondentemente il punto P_h tenderà a P_0 lungo la curva.



Equazione della secante:
$$y = (x - x_0)\frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} + f(x_0)$$

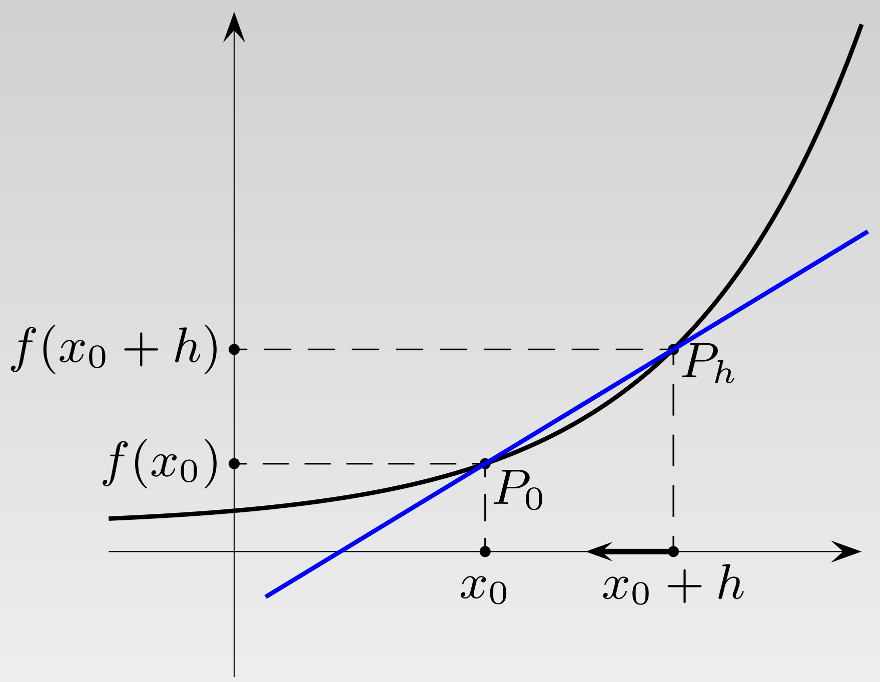
Retta tangente

Sia $f\,:]a,b[\to\mathbb{R}$ continua e $x_0\in]a,b[$

Tracciamo la retta secante passante per i punti di ascissa x_0 e x_0+h.

Facciamo tendere h a zero, quindi x_0+h tenderà a x_0.

Corrispondentemente il punto P_h tenderà a P_0 lungo la curva.



Equazione della secante: $$y=(x-x_0)\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}+f(x_0)$$

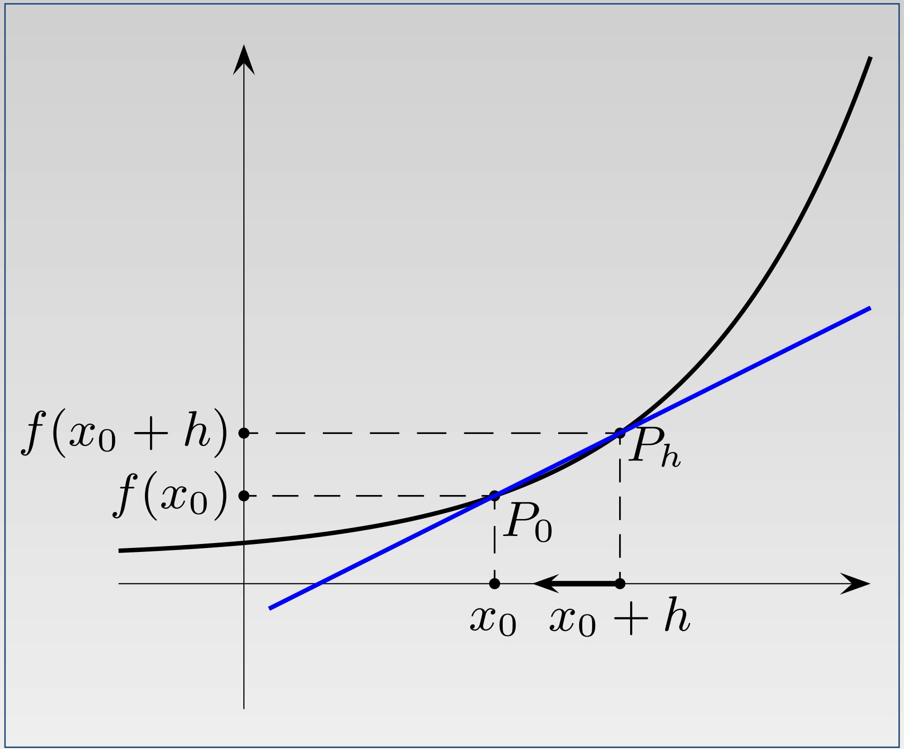
Retta tangente

Sia $f :]a, b[\to \mathbb{R}$ continua e $x_0 \in]a, b[$

Tracciamo la retta secante passante per i punti di ascissa x_0 e $x_0 + h$.

Facciamo tendere h a zero, quindi $x_0 + h$ tenderà a x_0.

Corrispondentemente il punto P_h tenderà a P_0 lungo la curva.



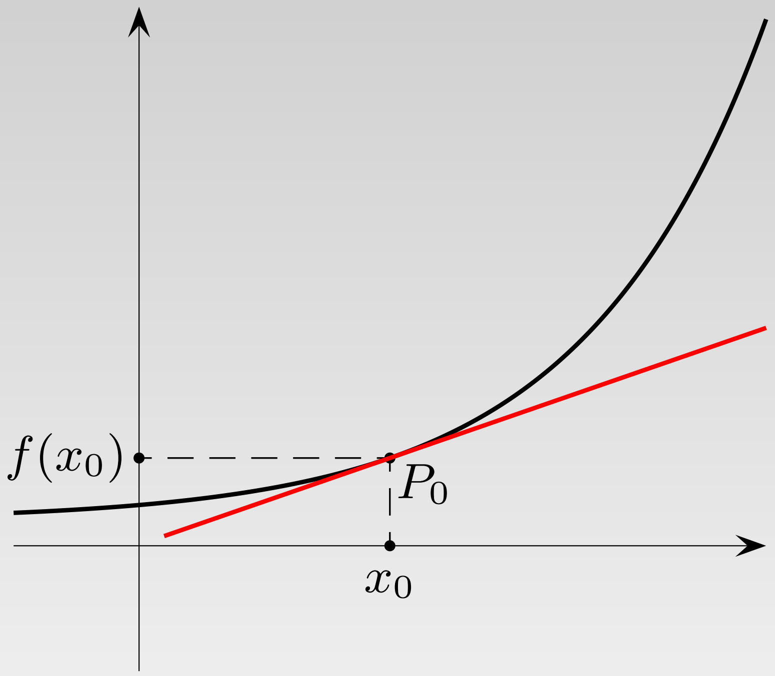
Equazione della secante:
$$y = (x - x_0)\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} + f(x_0)$$

Retta tangente

Sia $f\ :]a,b[\to\mathbb{R}$ continua e $x_0\in]a,b[$

Per $h\to 0$, la retta secante tende alla

retta tangente al grafico nel punto $(x_0, f(x_0))$



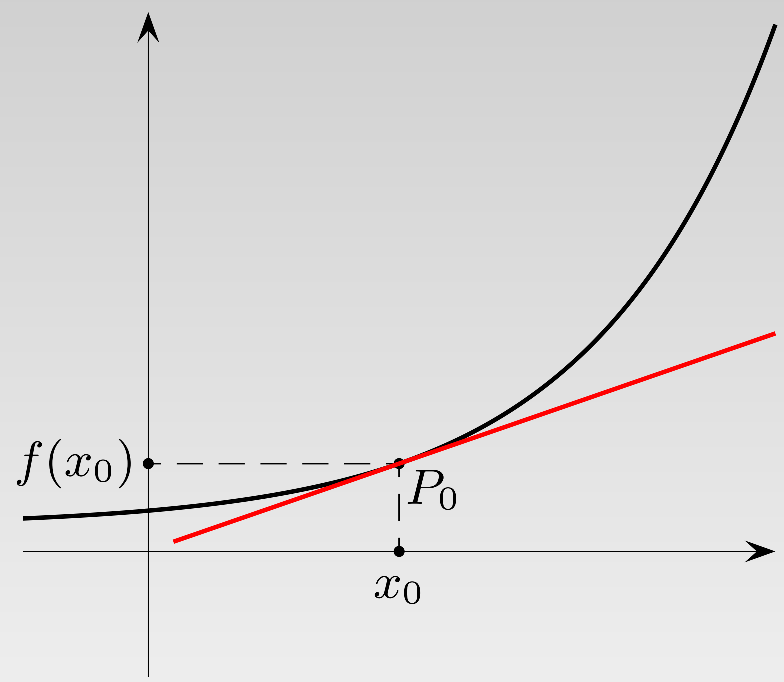
Equazione della secante: $$y=(x-x_0)\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}+f(x_0)$$

Sia $f :]a, b[\to \mathbb{R}$ continua e $x_0 \in]a, b[$

Per $h \to 0$, la retta secante tende alla

retta tangente al grafico nel punto $(x_0, f(x_0))$

Se f è derivabile in x_0, passando al limite $h \to 0$ nell'equazione della retta secante si trova l'equazione della retta tangente



Equazione della secante:
$$y = (x - x_0)\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} + f(x_0)$$

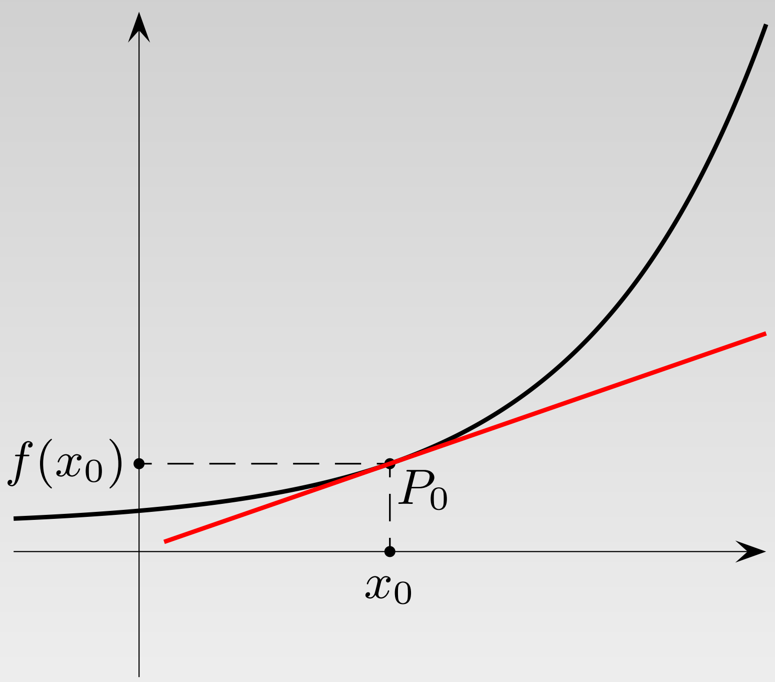
Retta tangente

Sia $f :]a, b[\to \mathbb{R}$ continua e $x_0 \in]a, b[$

Per $h \to 0$, la retta secante tende alla

retta tangente al grafico nel punto $(x_0, f(x_0))$

Se f è derivabile in x_0, passando al limite $h \to 0$ nell'equazione della retta secante si trova l'equazione della retta tangente



Equazione della secante:

$$y = (x - x_0)\underbrace{\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}}_{\downarrow} + f(x_0)$$

$$y = (x - x_0) f'(x_0) + f(x_0)$$

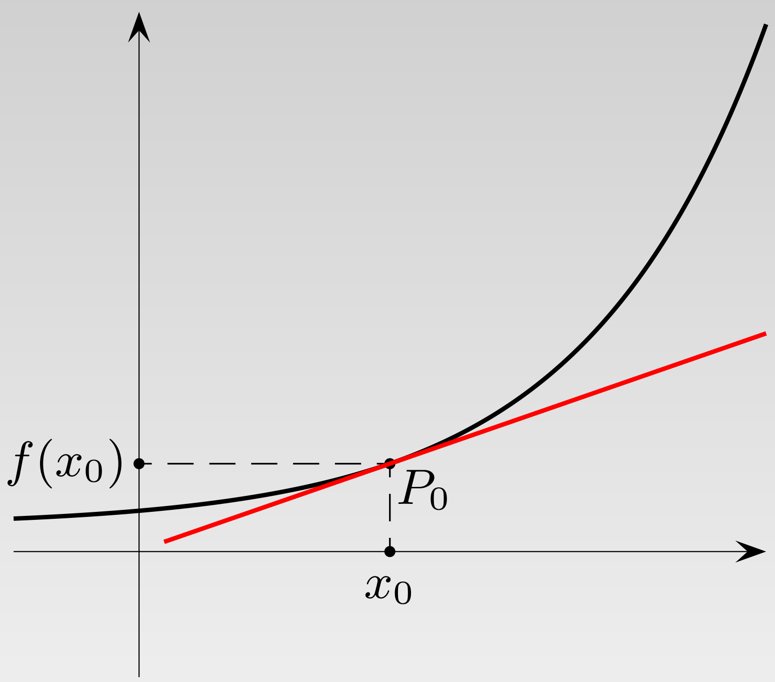
Retta tangente

Sia $f :]a,b[\to \mathbb{R}$ continua e $x_0 \in]a,b[$

Per $h \to 0$, la retta secante tende alla

retta tangente al grafico nel punto $(x_0, f(x_0))$

Se f è derivabile in x_0, passando al limite $h \to 0$ nell'equazione della retta secante si trova l'equazione della retta tangente



Equazione della secante: $$y = (x - x_0)\frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} + f(x_0)$$

Equazione della tangente in P_0: $$y = (x - x_0)f'(x_0) + f(x_0)$$

Significato geometrico della derivata

Dall'equazione

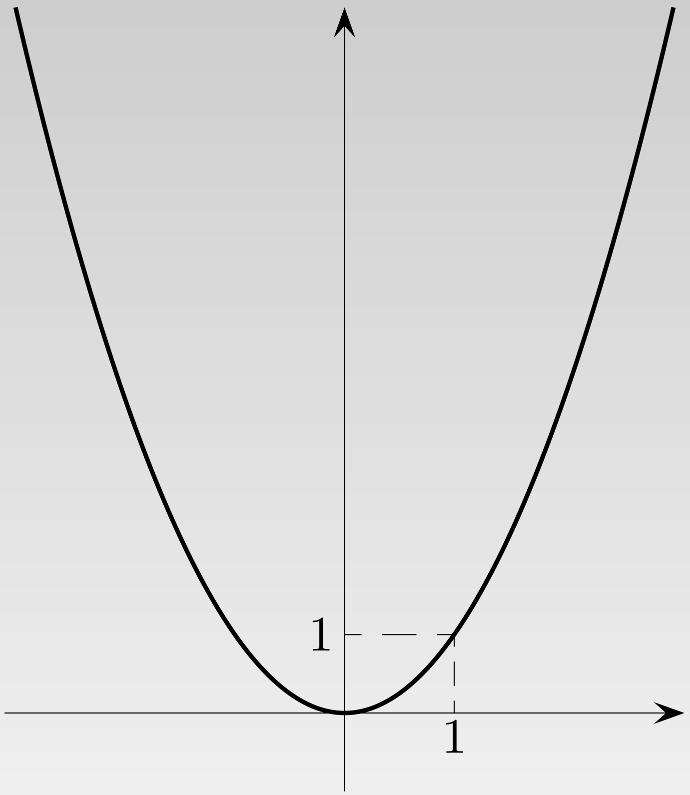
$$\boxed{y = (x - x_0)f'(x_0) + f(x_0)}$$

si ottiene l'interpretazione geometrica della derivata:

> La derivata della funzione f nel punto x_0 è il coefficiente angolare della retta tangente al grafico della funzione nel punto $(x_0, f(x_0))$

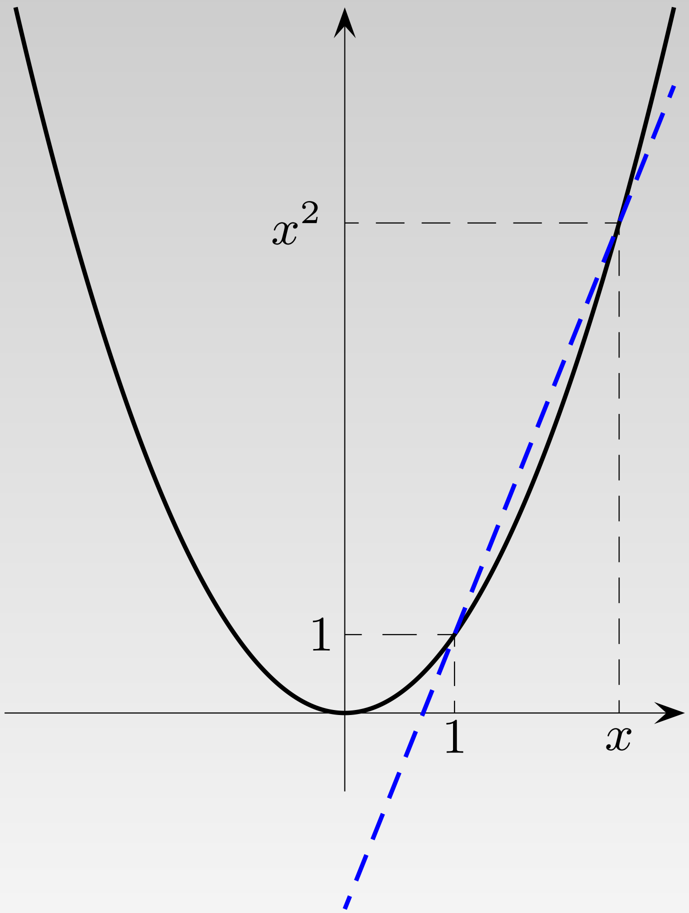
Esempio

Sia $f(x) = x^2$.



Sia $f(x) = x^2$.

Consideriamo la retta secante passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x.

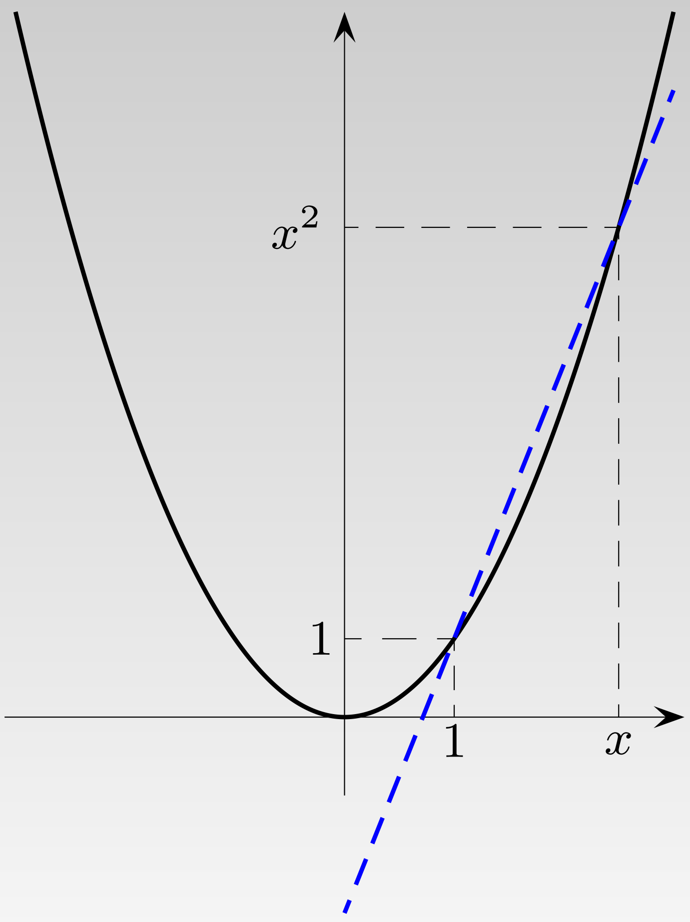


Sia $f(x) = x^2$.

Consideriamo la retta secante passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x.

Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$



Esempio

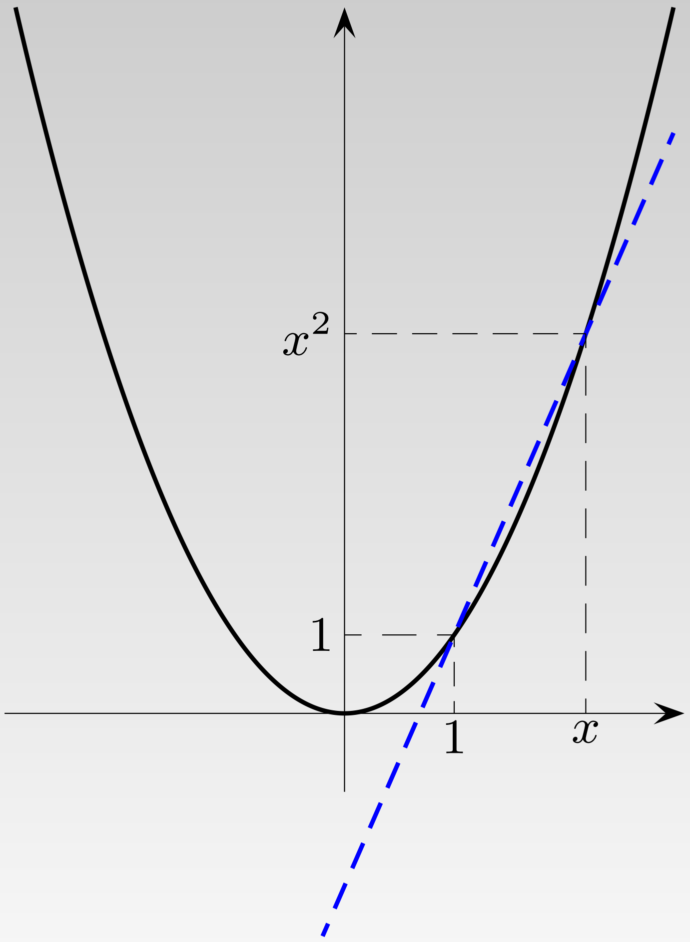
Sia $f(x) = x^2$.

Consideriamo la retta secante passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x.

Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

Facciamo variare $x \neq 1$



Esempio

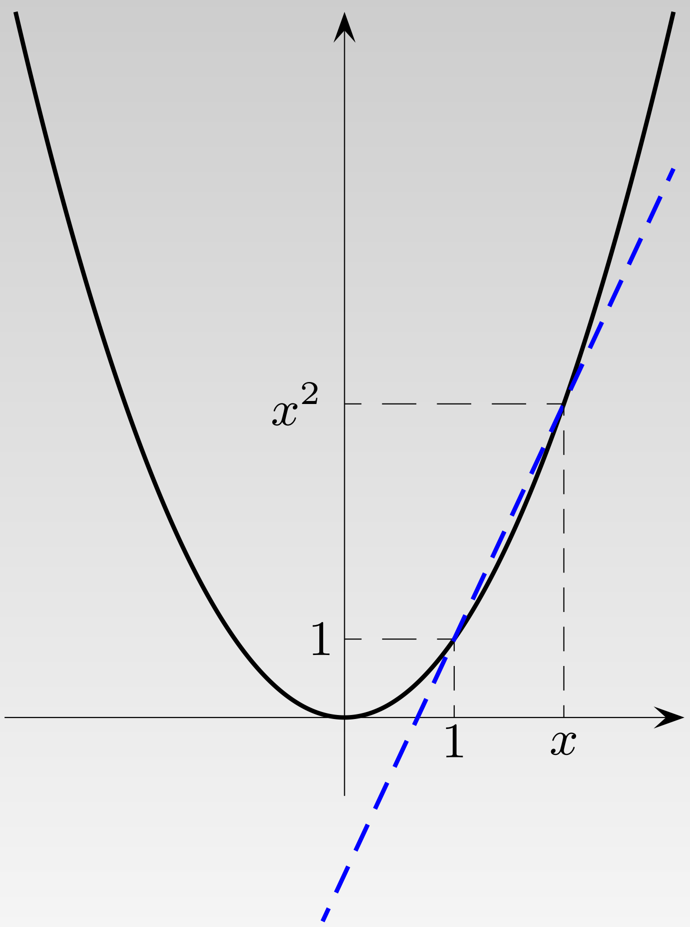
Sia $f(x) = x^2$.

Consideriamo la retta secante passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x.

Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

Facciamo variare $x \neq 1$



Esempio

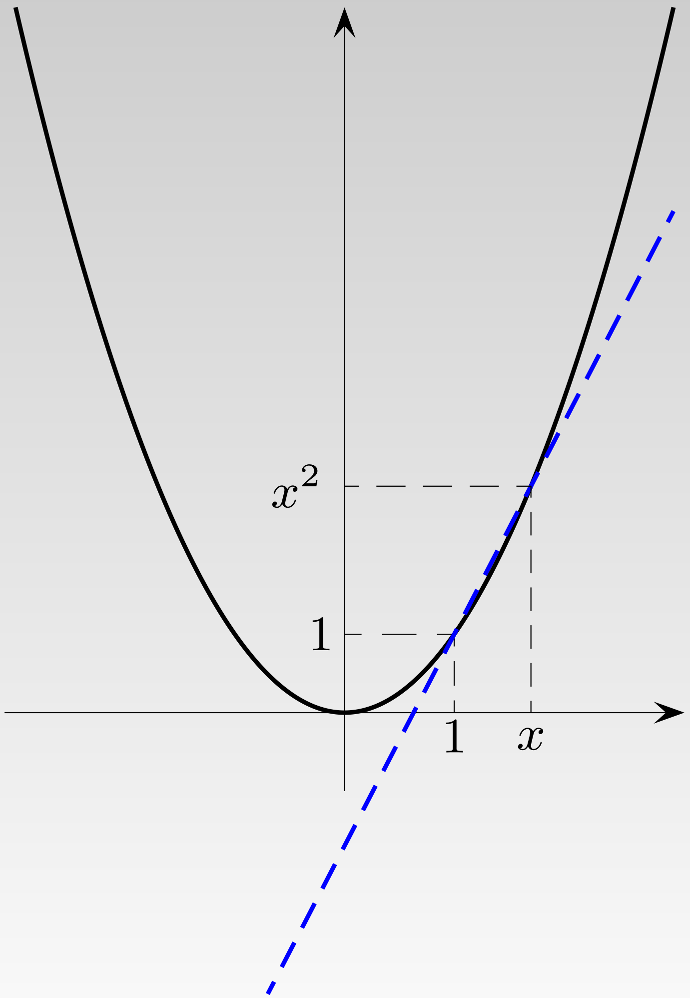
Sia $f(x) = x^2$.

Consideriamo la retta secante passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x.

Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

Facciamo variare $x \neq 1$



Esempio

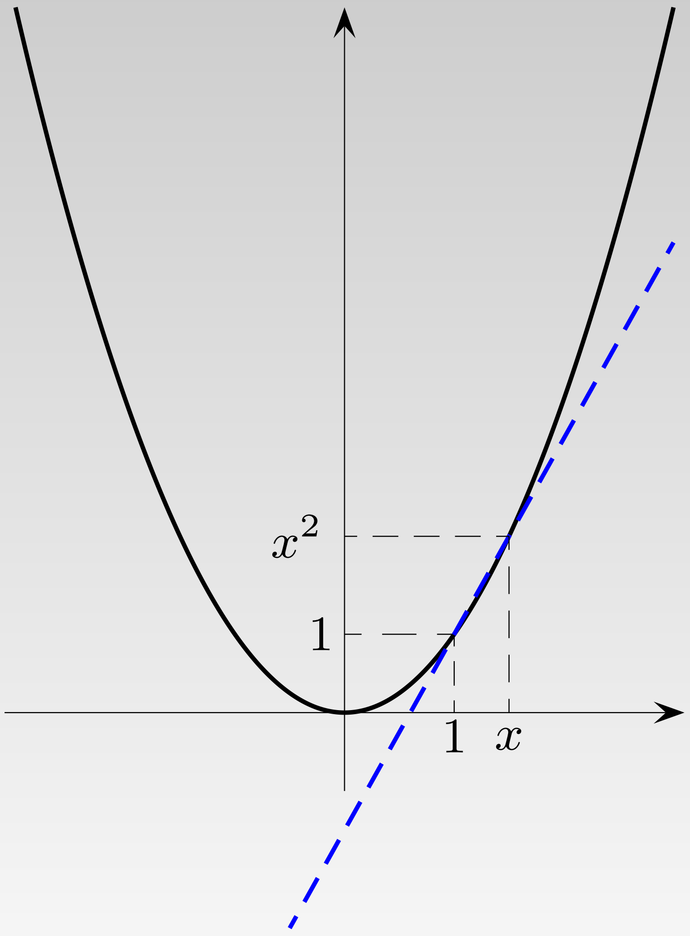
Sia $f(x) = x^2$.

Consideriamo la retta secante passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x.

Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

Facciamo variare $x \neq 1$



Esempio

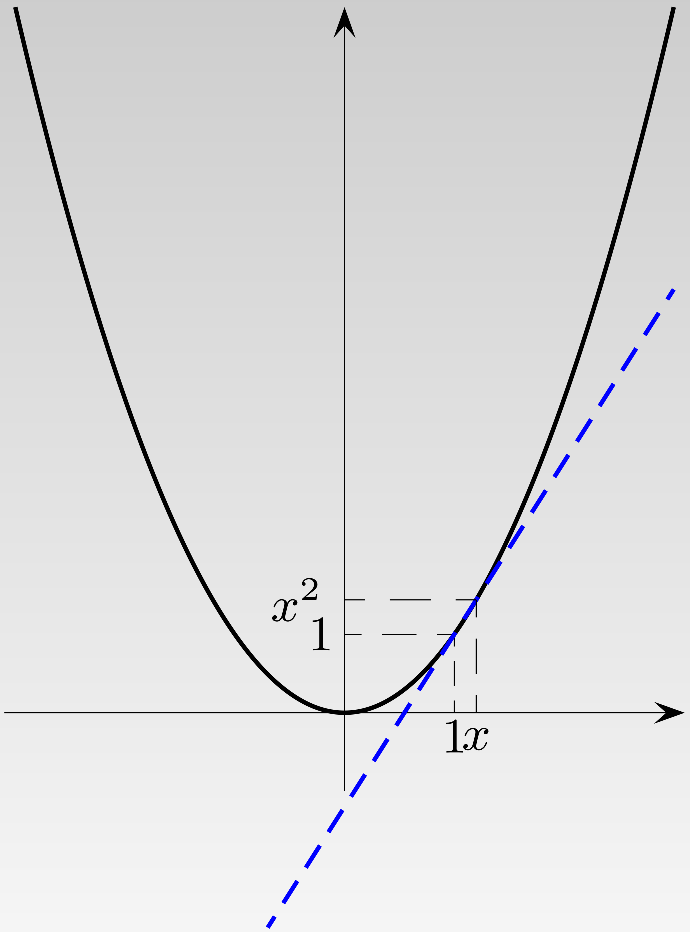
Sia $f(x) = x^2$.

Consideriamo la retta secante passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x.

Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

Facciamo variare $x \neq 1$



Esempio

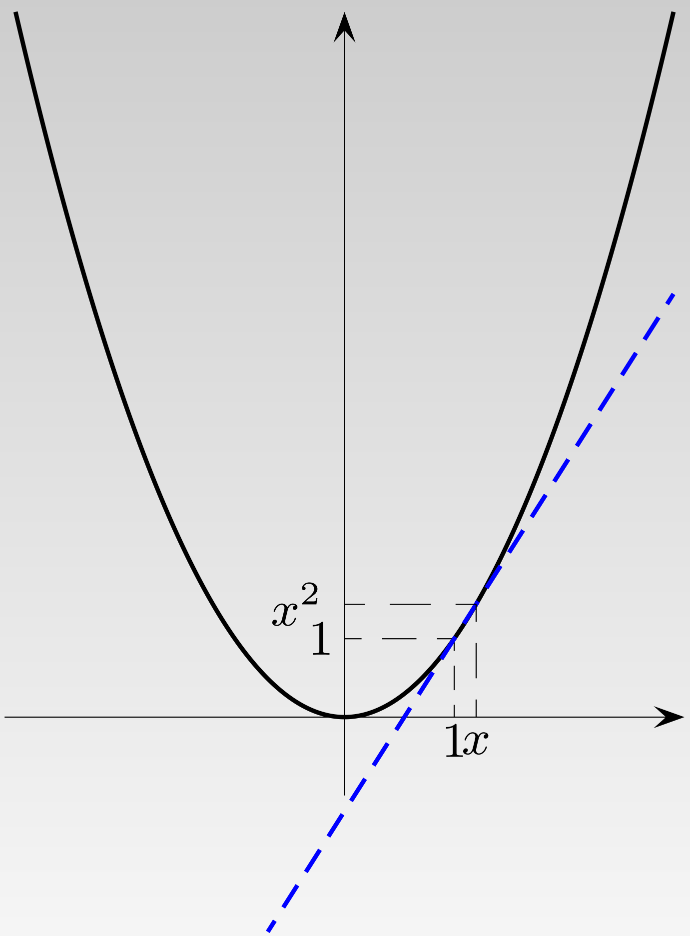
Sia $f(x) = x^2$.

Consideriamo la retta secante passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x.

Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1$$

Facciamo variare $x \neq 1$



Esempio

Sia $f(x) = x^2$.

Consideriamo la retta secante passante per i punti del grafico di ascissa 1 e x.

Il coefficiente angolare è

$$m(x) = \frac{x^2-1}{x-1} = x+1$$

Facciamo variare $x \neq 1$

Al “limite”, quando x tende a 1, $m(x)$ tende al coefficiente angolare della retta tangente in $x = 1$; scriveremo

$$f'(1) = \lim_{x \to 1} m(x) = 2$$