Funzione che non ha limite

Materiale integrativo del

Corso integrato di

Matematica

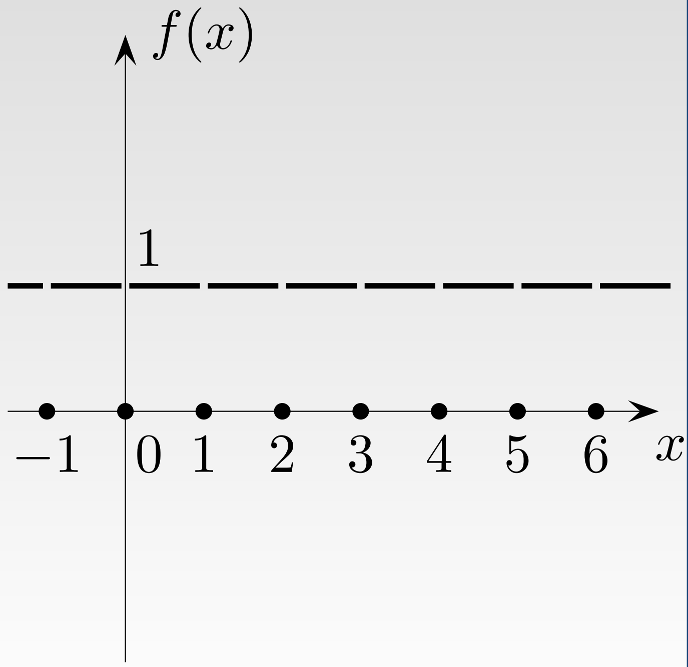
per le scienze naturali ed applicate

Paolo Baiti, Lorenzo Freddi

Funzione che non ha limite

Data

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

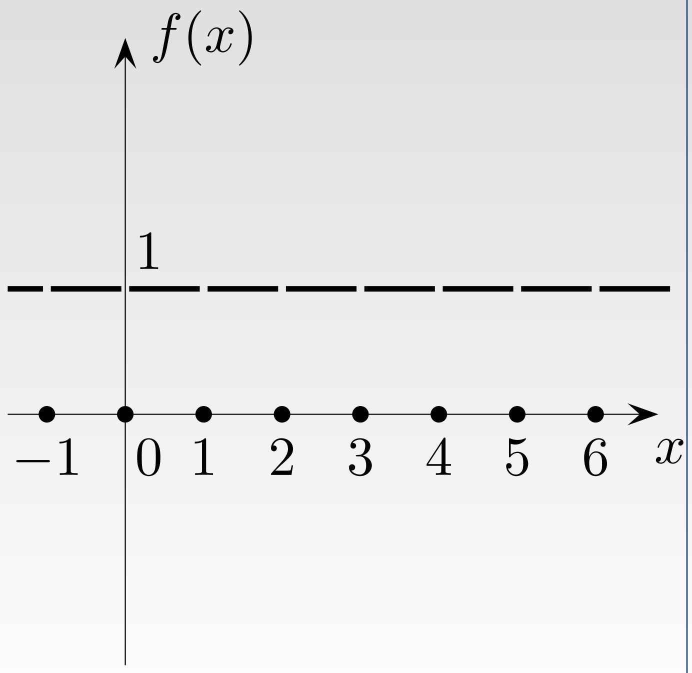


Funzione che non ha limite

Data

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

f non può avere limite $+\infty$ o $-\infty$ perché è limitata.

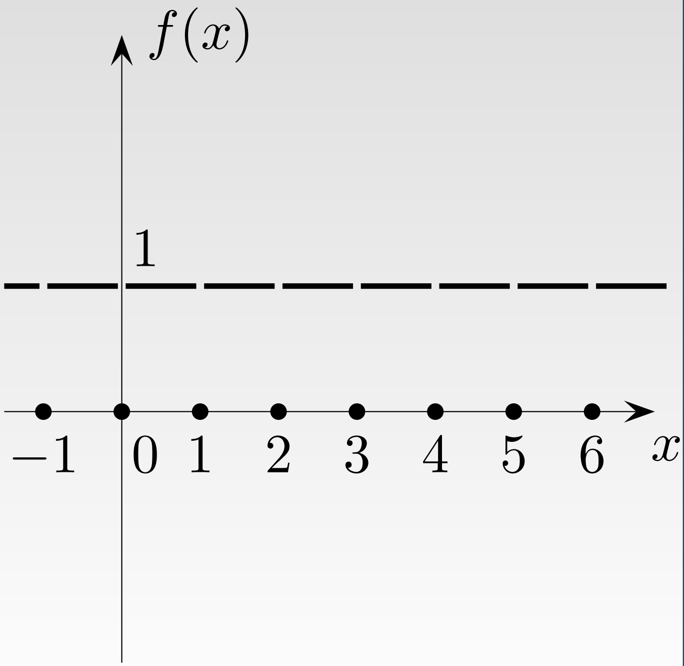


Funzione che non ha limite

Data

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Ma non può nemmeno avere un limite finito ℓ.



Funzione che non ha limite

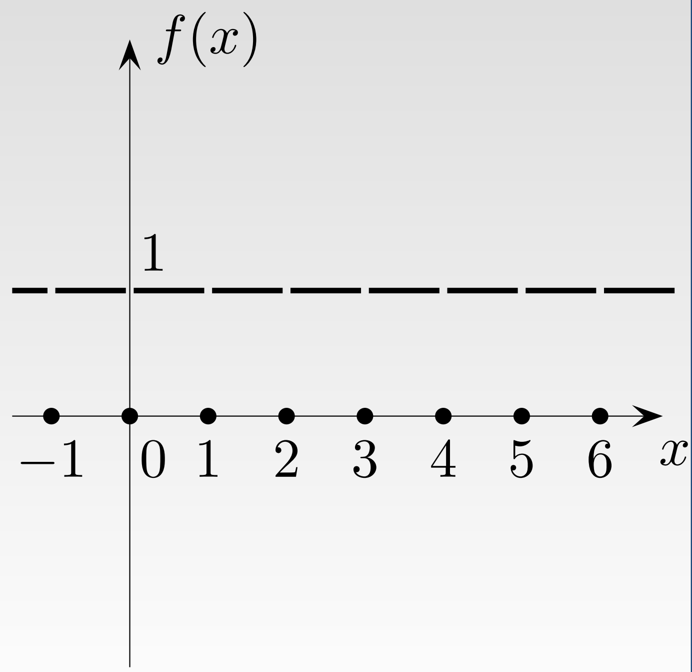
Data

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Ma non può nemmeno avere un limite finito ℓ.

Preso infatti $\varepsilon = 0.4$ nella definizione di limite, per ogni scelta di x_ε esistono $x > x_\varepsilon$ per cui

$$f(x) \notin]\ell - \varepsilon, \ell + \varepsilon[.$$



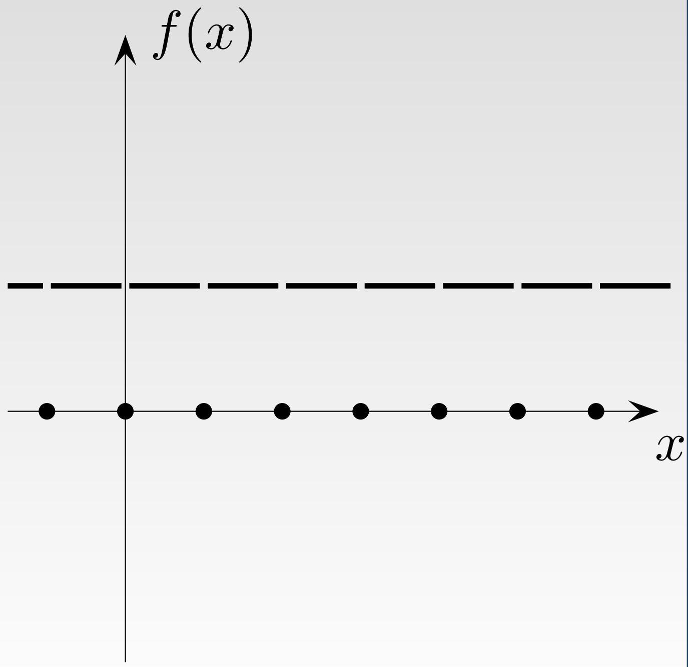
Funzione che non ha limite

Data

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Ad esempio per

$$\ell = 1.2$$



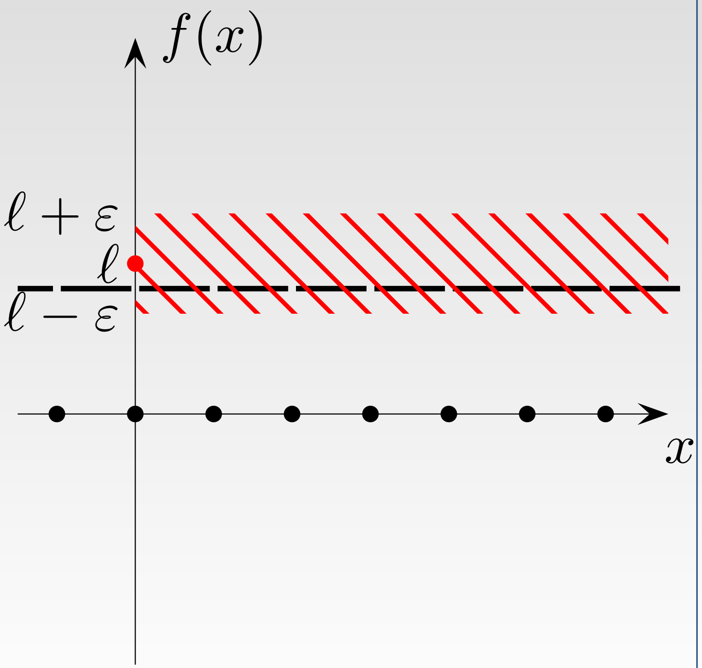
Funzione che non ha limite

Data

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Ad esempio per

$$\ell = 1.2$$



Funzione che non ha limite

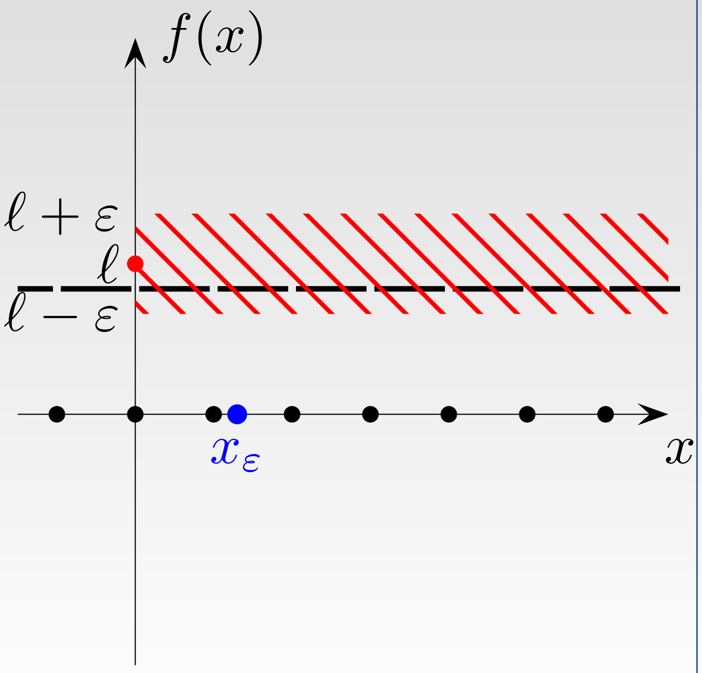
Data

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \qquad \lim_{x\to+\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Ad esempio per

$$\ell = 1.2$$

preso x_ε,



Funzione che non ha limite

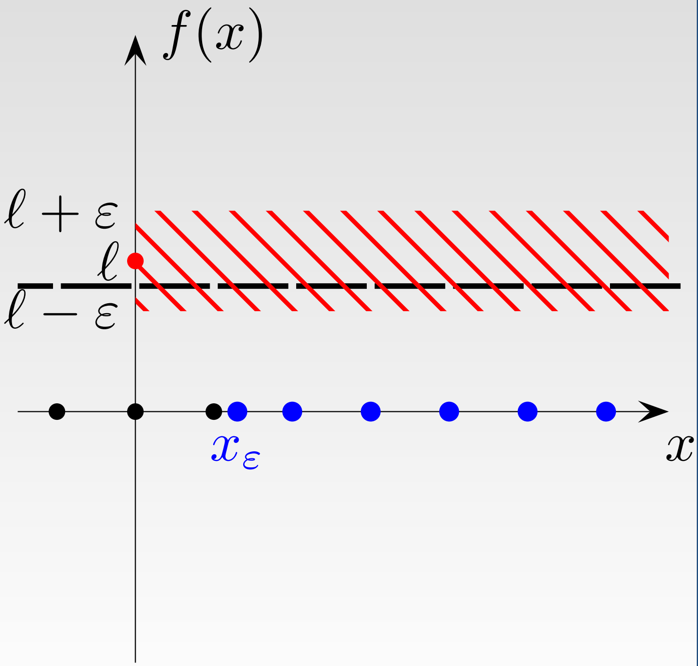
Data

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Ad esempio per

$$\ell = 1.2$$

preso x_ε,
esistono $x > x_\varepsilon$ per cui il grafico non cade nella striscia tratteggiata.

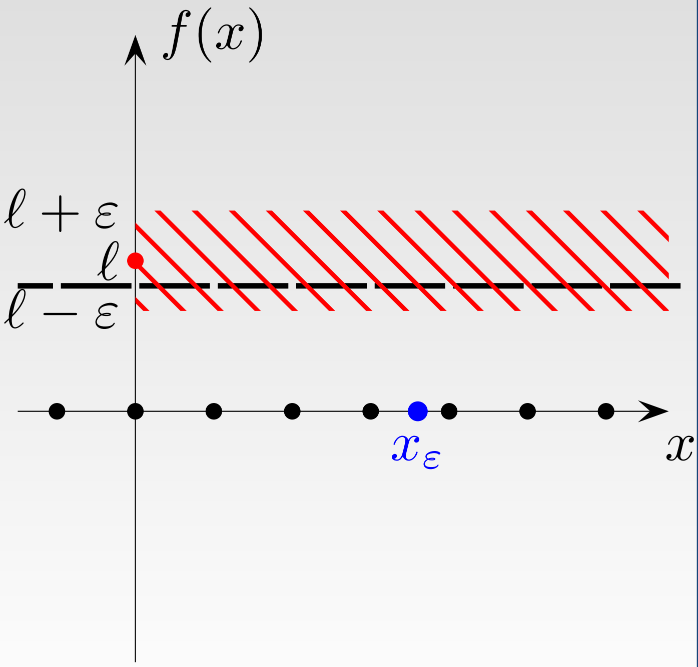


Funzione che non ha limite

Data

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Preso un altro x_ε,

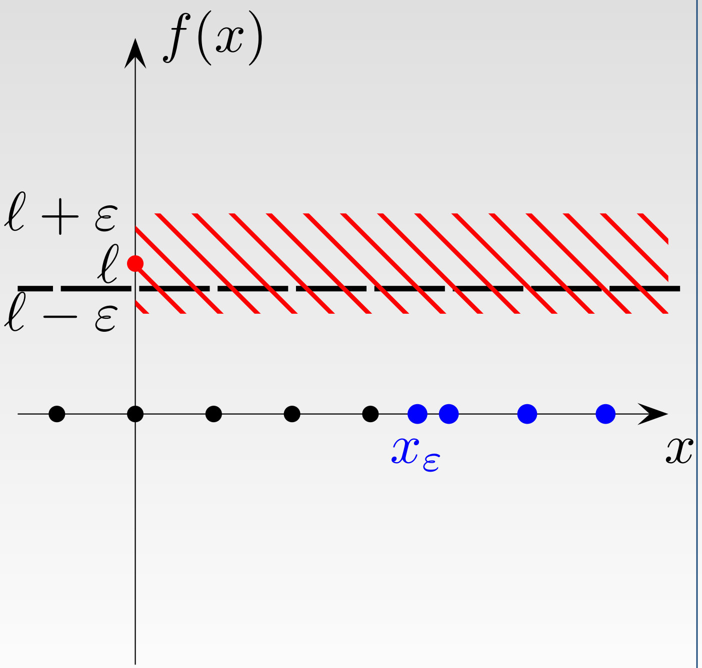


Funzione che non ha limite

Data

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Preso un altro x_ε, esistono ancora $x > x_\varepsilon$ per cui il grafico non cade nella striscia tratteggiata.

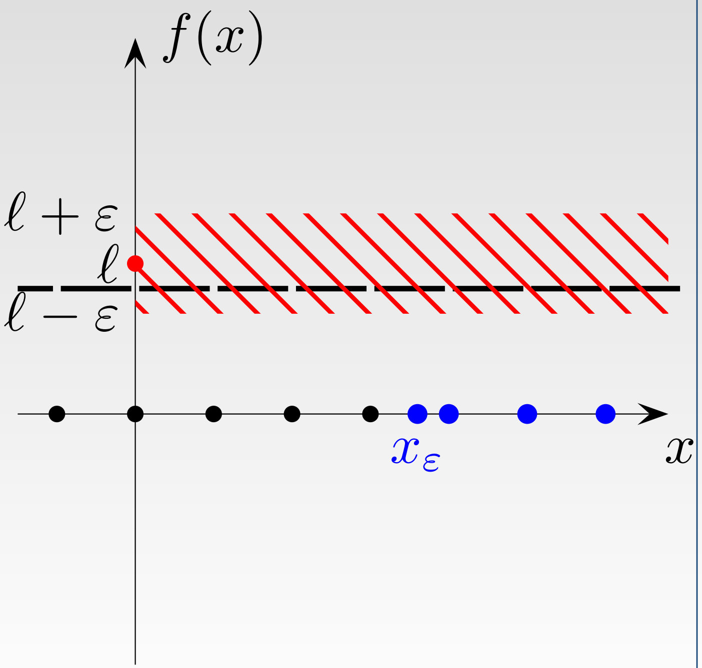


Funzione che non ha limite

Data

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Preso un altro x_ε, esistono ancora $x > x_\varepsilon$ per cui il grafico non cade nella striscia tratteggiata. Questo accade per ogni scelta di x_ε.

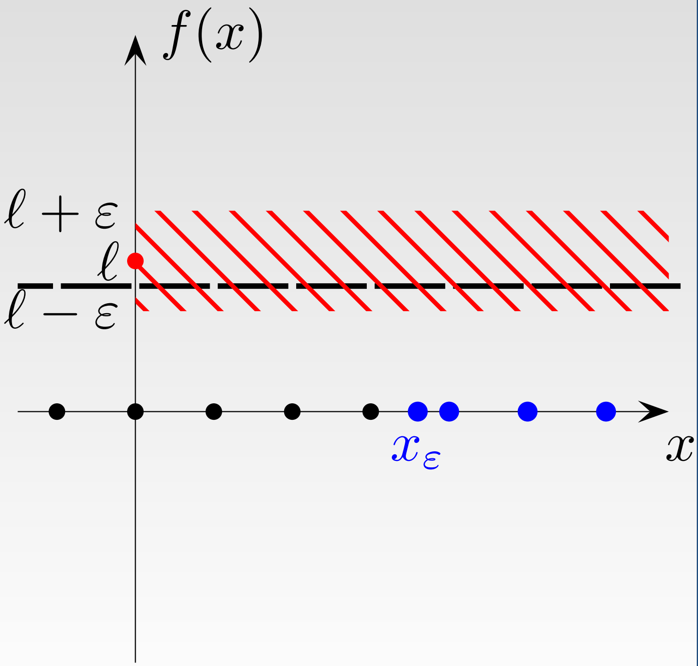


Funzione che non ha limite

Data

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Preso un altro x_ε, esistono ancora $x > x_\varepsilon$ per cui il grafico non cade nella striscia tratteggiata. Questo accade per ogni scelta di x_ε. Quindi $\ell = 1.2$ non può essere il limite di f

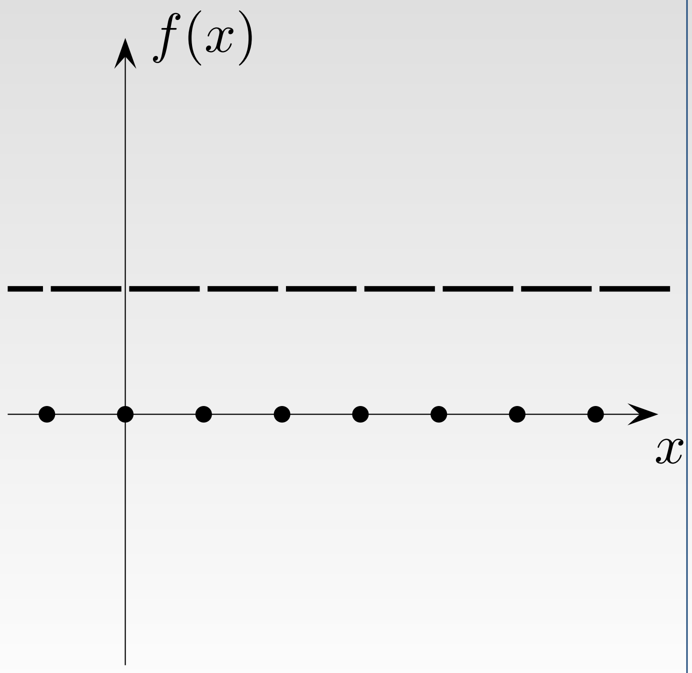


Funzione che non ha limite

Data

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Ma questo accade per ogni scelta di ℓ.



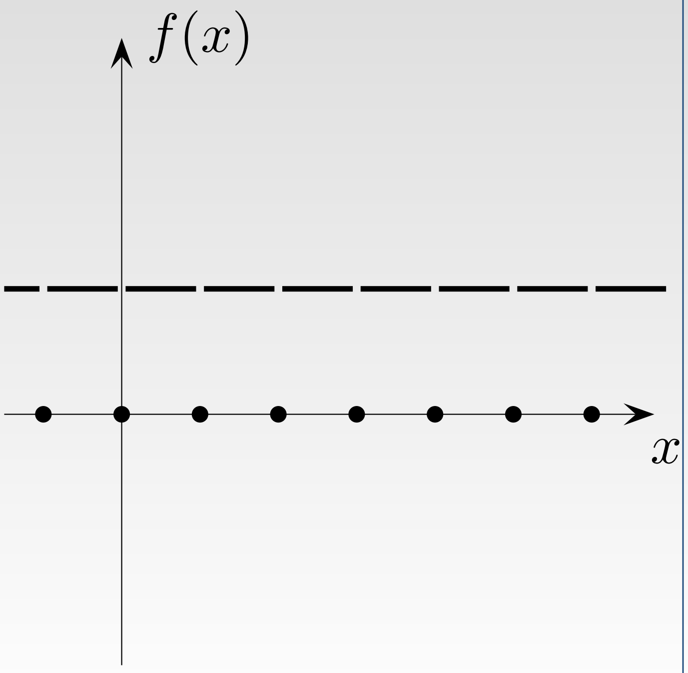
Funzione che non ha limite

Data

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Come altro esempio, per

$$\ell = 0.2$$



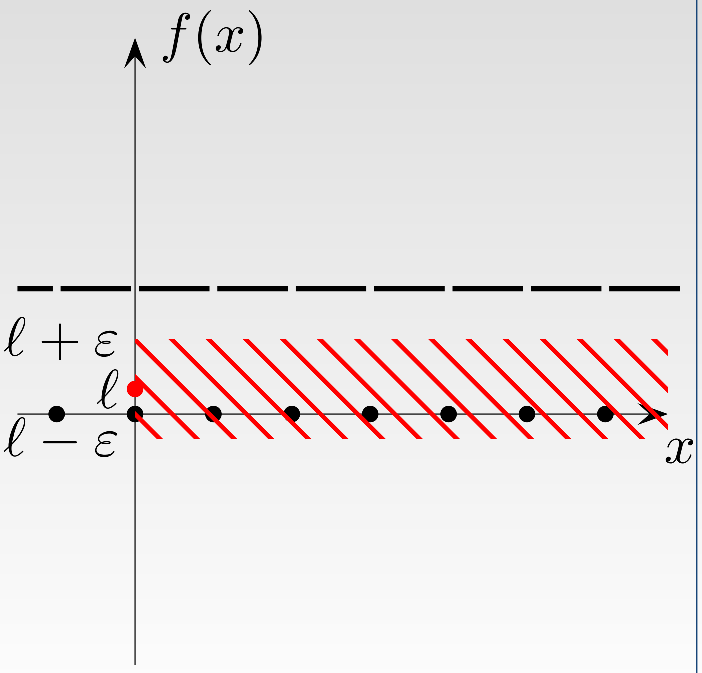
Funzione che non ha limite

Data

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Come altro esempio, per

$$\ell = 0.2$$



Funzione che non ha limite

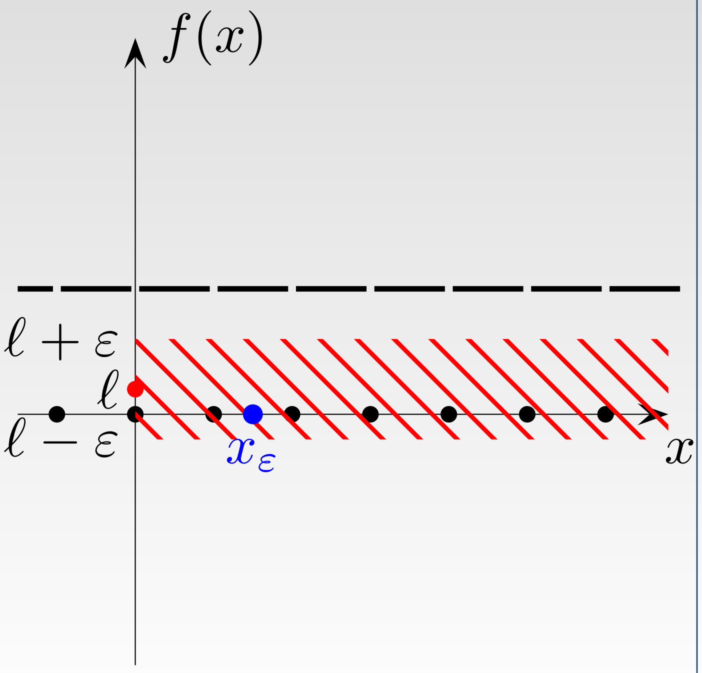
Data

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Come altro esempio, per

$$\ell = 0.2$$

preso x_ε,



Funzione che non ha limite

Data

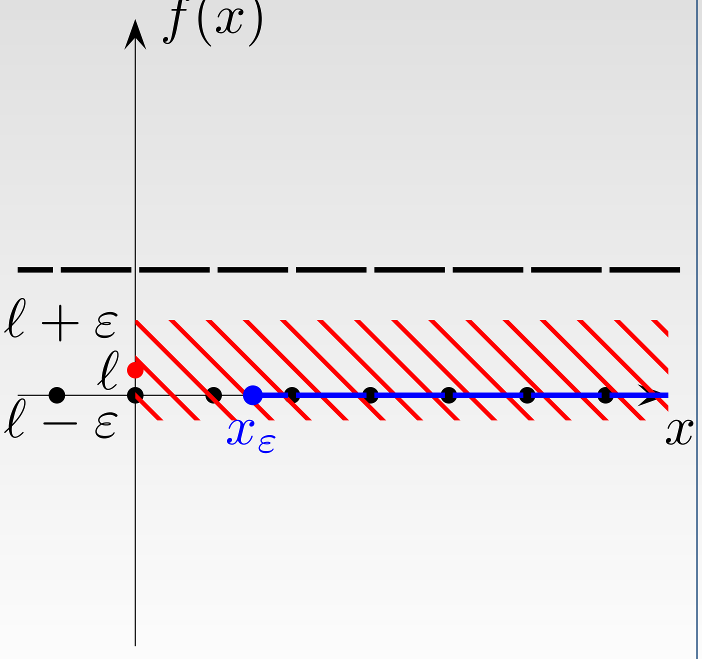
$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Come altro esempio, per

$$\ell = 0.2$$

preso x_ε,

esistono $x > x_\varepsilon$



Funzione che non ha limite

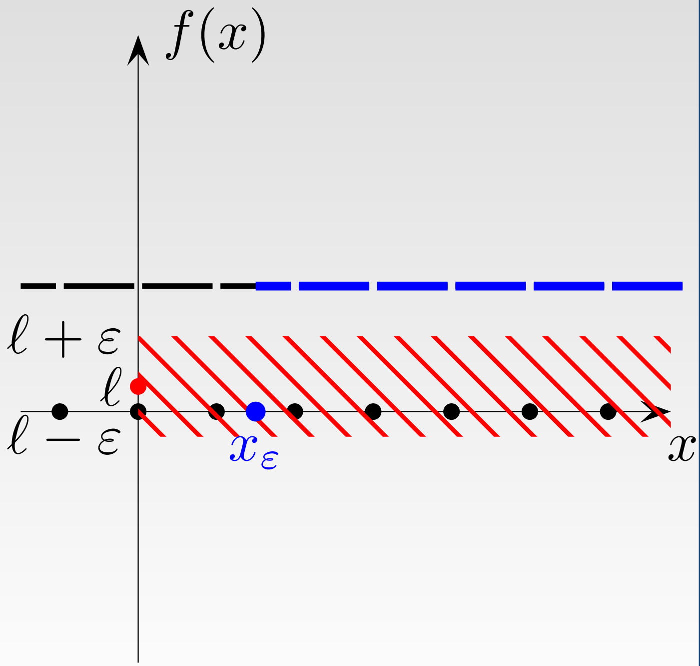
Data

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Come altro esempio, per

$$\ell = 0.2$$

preso x_ε,
esistono $x > x_\varepsilon$ per cui il grafico non cade tutto nella striscia tratteggiata.

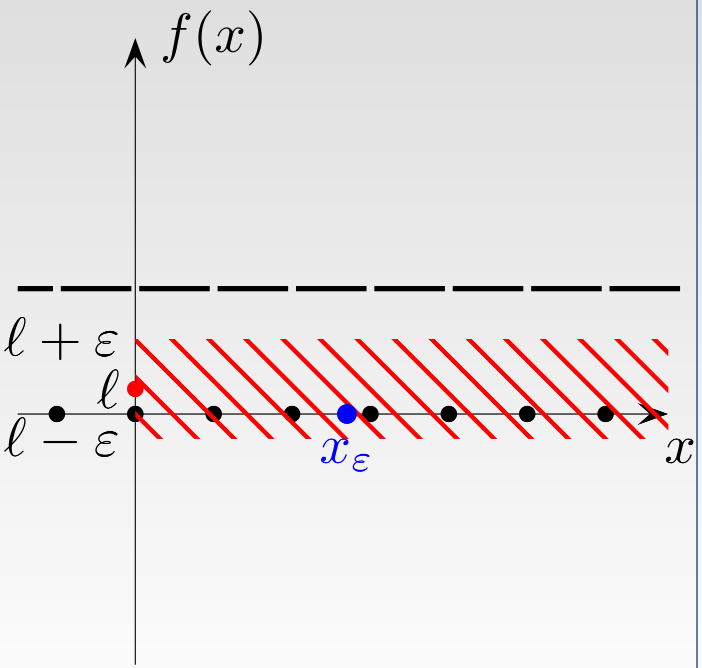


Funzione che non ha limite

Data

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Preso un altro x_ε,



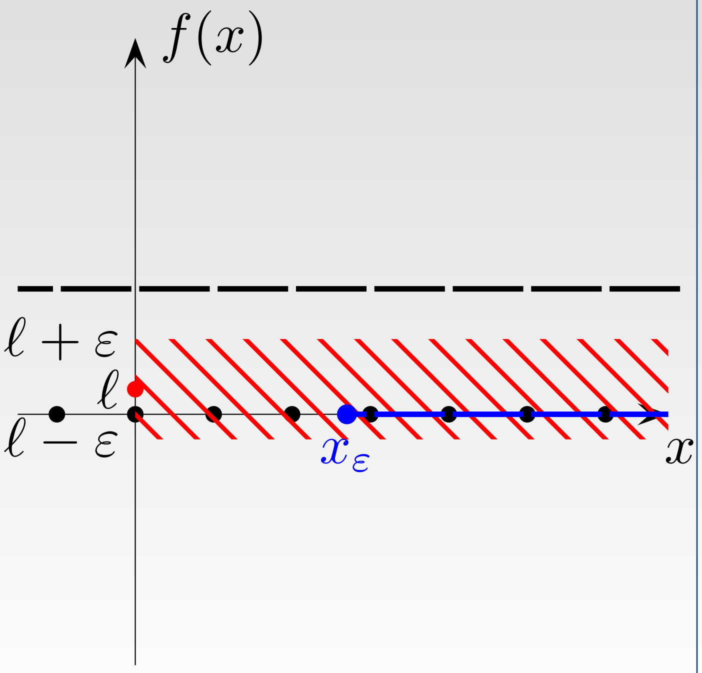
Funzione che non ha limite

Data

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Preso un altro x_ε,

esistono ancora $x > x_\varepsilon$

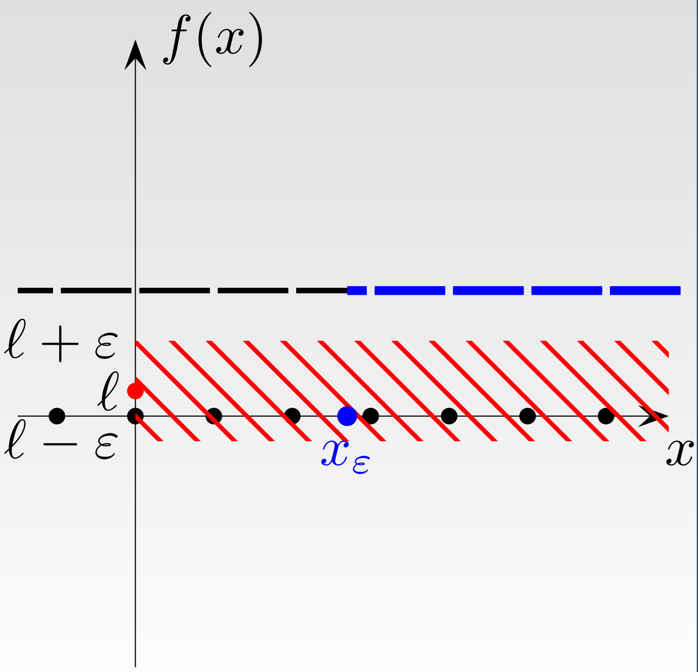


Funzione che non ha limite

Data

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Preso un altro x_ε, esistono ancora $x > x_\varepsilon$ per cui il grafico non cade nella striscia tratteggiata.

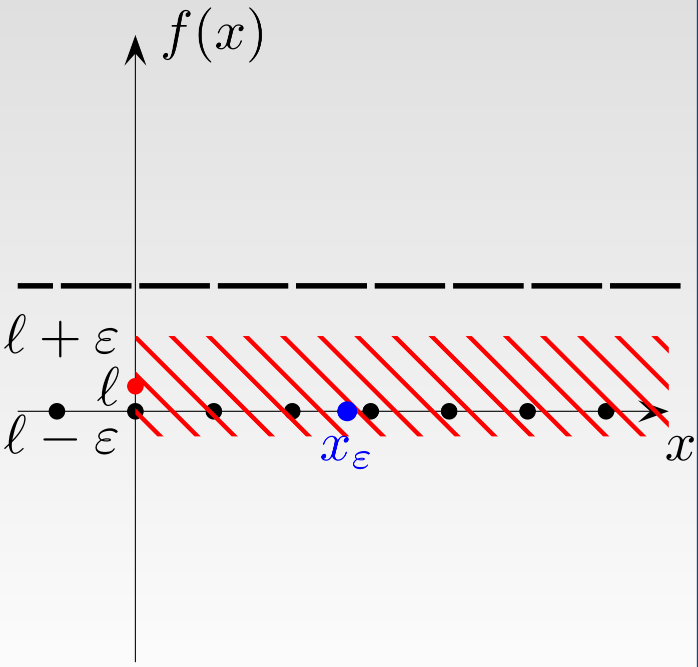


Funzione che non ha limite

Data

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Preso un altro x_ε, esistono ancora $x > x_\varepsilon$ per cui il grafico non cade nella striscia tratteggiata. Questo accade per ogni scelta di x_ε.

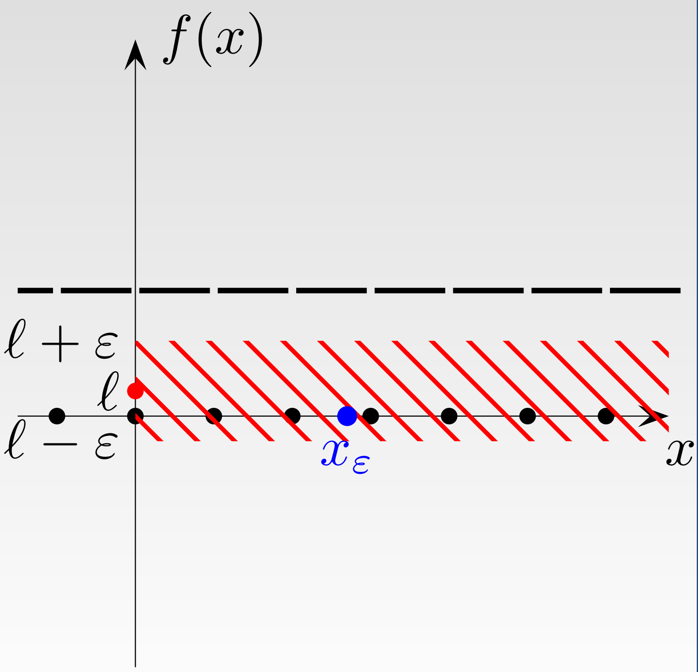


Funzione che non ha limite

Data

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Preso un altro x_ε, esistono ancora $x > x_\varepsilon$ per cui il grafico non cade nella striscia tratteggiata. Questo accade per ogni scelta di x_ε. Quindi $\ell = 0.2$ non può essere il limite di f

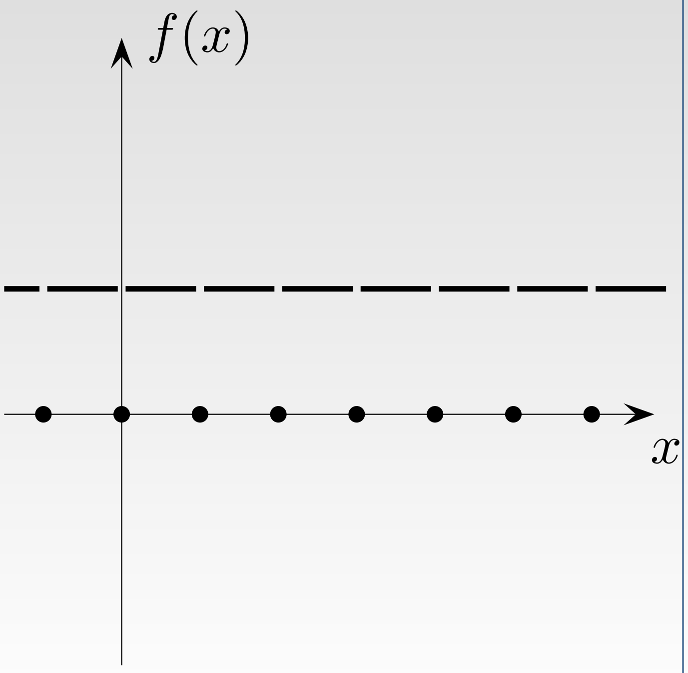


Funzione che non ha limite

Data

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Analogamente accade per ogni scelta di $\ell \in \mathbb{R}$, che quindi non può essere il limite di f per $x \to +\infty$.



Funzione che non ha limite

Data

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Z} \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}, \end{cases} \qquad \lim_{x \to +\infty} f(x) \text{ non esiste}$$

Analogamente accade per ogni scelta di $\ell \in \mathbb{R}$, che quindi non può essere il limite di f per $x \to +\infty$.

Quindi il limite di f per x che tende a $+\infty$ non esiste.