Limite di $\operatorname{arctg} x$

Materiale integrativo del

Corso integrato di

Matematica

per le scienze naturali ed applicate

Paolo Baiti, Lorenzo Freddi

Limite finito per $x \to +\infty$

Sia A un sottoinsieme di $\mathbb{R}$ non limitato superiormente ed $f : A \to \mathbb{R}$

Si dice che f ha limite $\ell \in \mathbb{R}$ per x tendente a $+\infty$ e si scrive

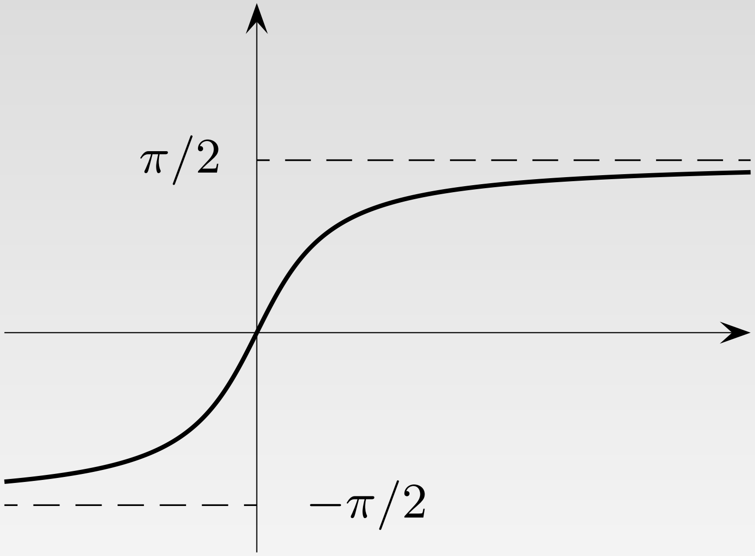
$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \ell$$

se per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $x_\varepsilon \in \mathbb{R}$ tale che $\ell - \varepsilon < f(x) < \ell + \varepsilon$ per ogni $x \in A$ tale che $x > x_\varepsilon$

Esempio

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}}$$

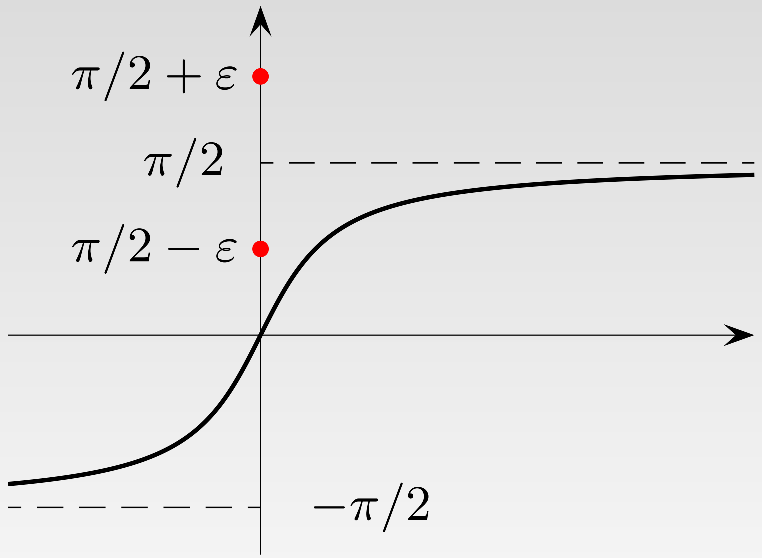


Esempio

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}}$$

Dato $\varepsilon > 0$



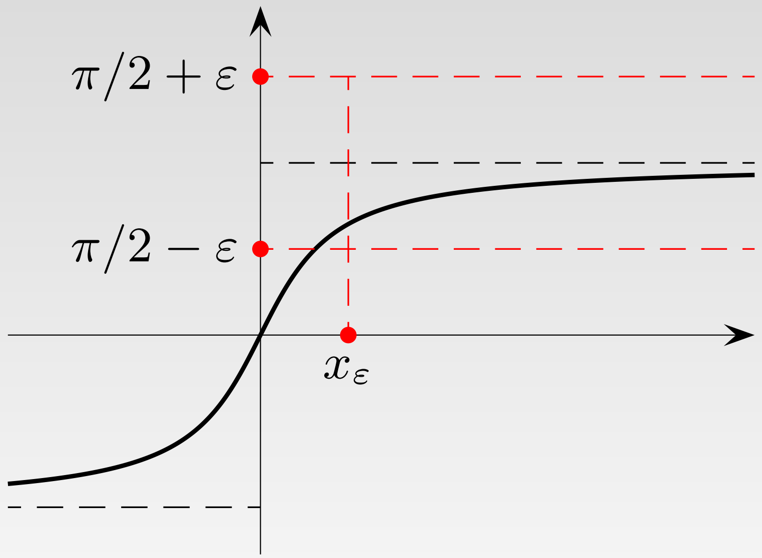
Esempio

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}}$$

Dato $\varepsilon > 0$

esiste x_ε nel dominio



Esempio

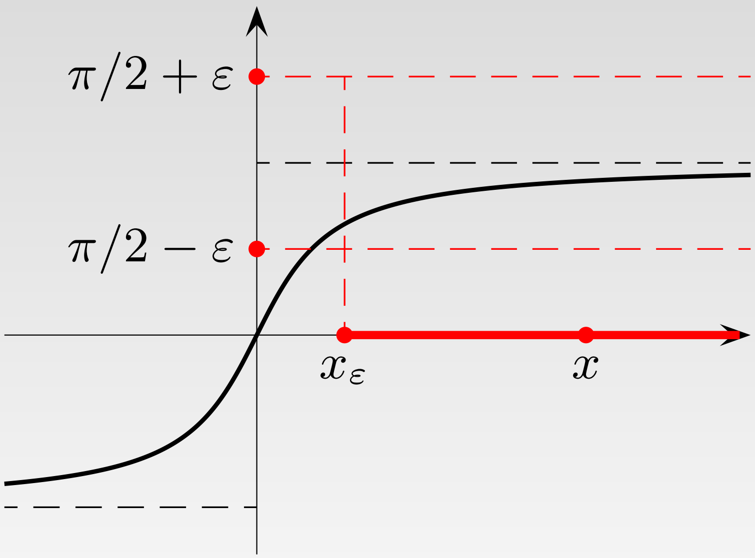
Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}}$$

Dato $\varepsilon > 0$

esiste x_ε nel dominio

tale che a tutti gli $x > x_\varepsilon$



Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}}$$

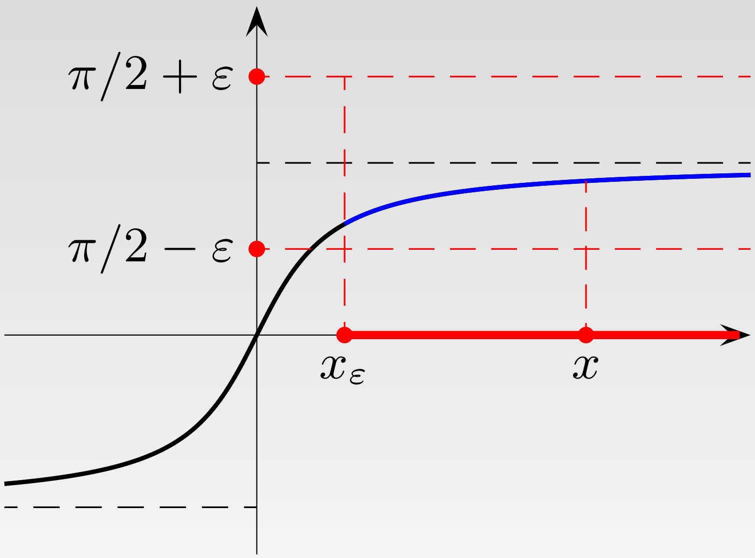
Dato $\varepsilon > 0$

esiste x_ε nel dominio

tale che a tutti gli $x > x_\varepsilon$

corrispondono valori

$\frac{\pi}{2} - \varepsilon < f(x) < \frac{\pi}{2} + \varepsilon$



Esempio

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}}$$

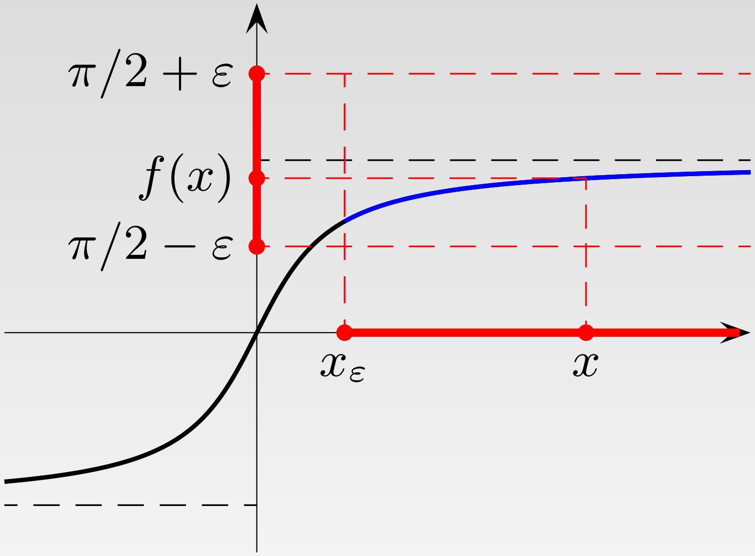
Dato $\varepsilon > 0$

esiste x_ε nel dominio

tale che a tutti gli $x > x_\varepsilon$

corrispondono valori

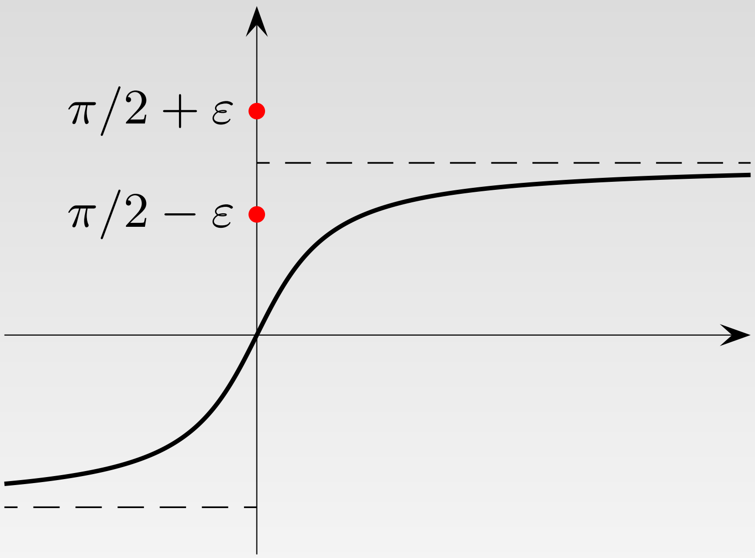
$\frac{\pi}{2} - \varepsilon < f(x) < \frac{\pi}{2} + \varepsilon$



Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}}$$

Cambiando $\varepsilon > 0$



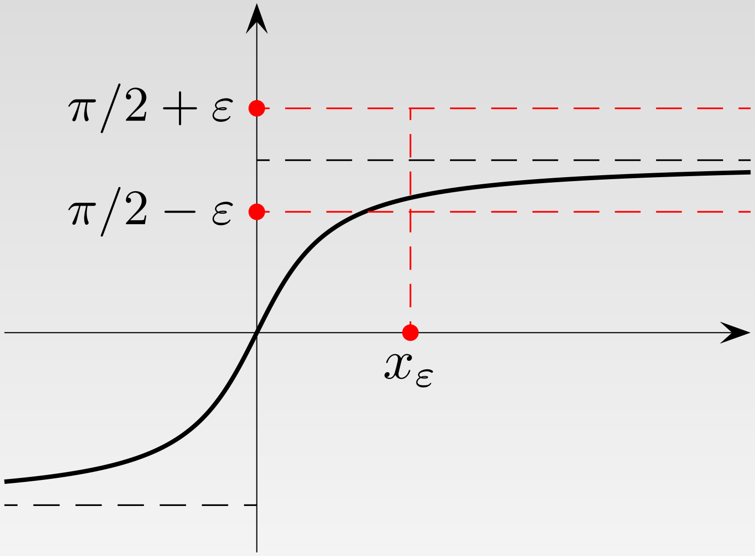
Esempio

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}}$$

Cambiando $\varepsilon > 0$

si trova un altro corrispondente x_ε

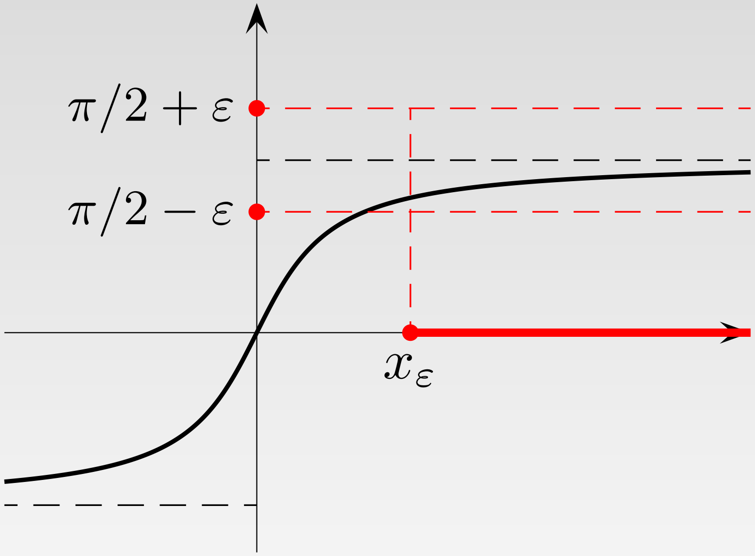


Esempio

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}}$$

Cambiando $\varepsilon > 0$
si trova un altro corrispondente x_ε
con analoghe proprietà

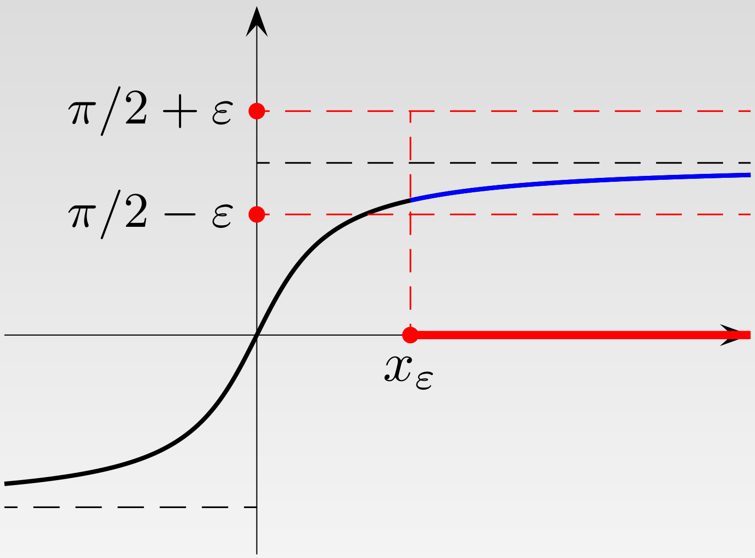


Esempio

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\boxed{\lim_{x \longrightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}}$$

Cambiando $\varepsilon > 0$
si trova un altro corrispondente x_ε
con analoghe proprietà



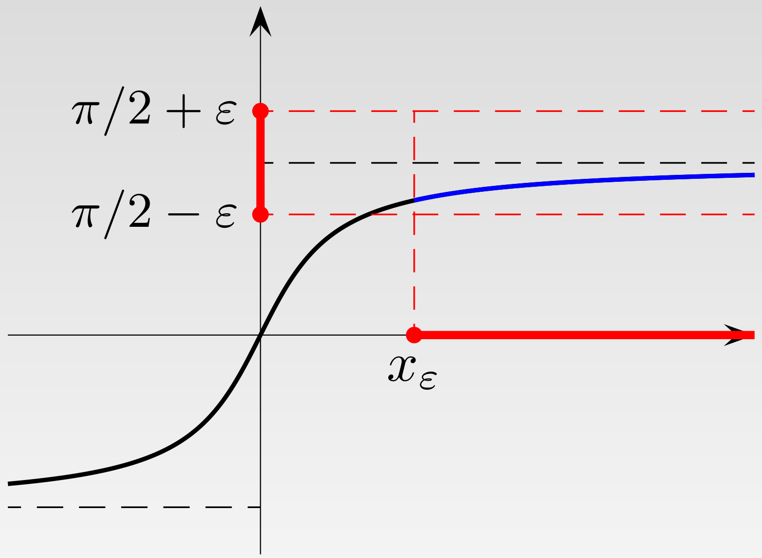
Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}}$$

Cambiando $\varepsilon > 0$

si trova un altro corrispondente x_ε

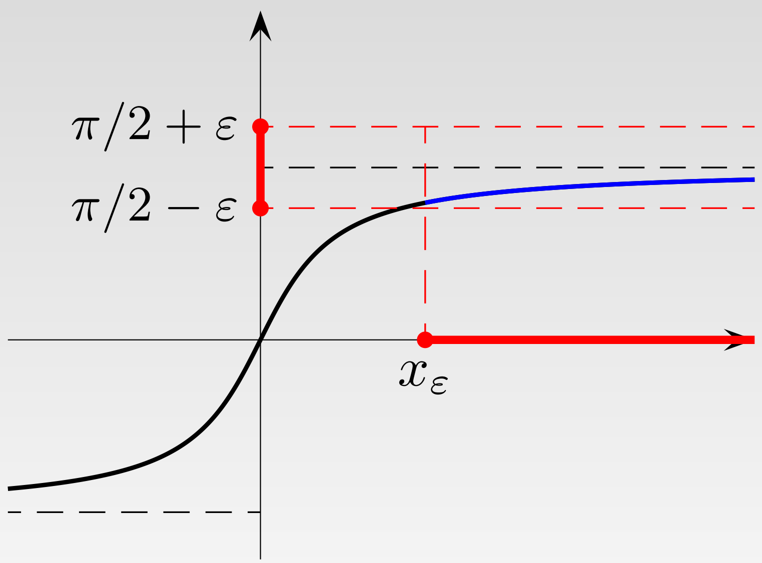
con analoghe proprietà



Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\boxed{\lim_{x \longrightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}}$$

Questo dev'essere vero per ogni $\varepsilon > 0$!



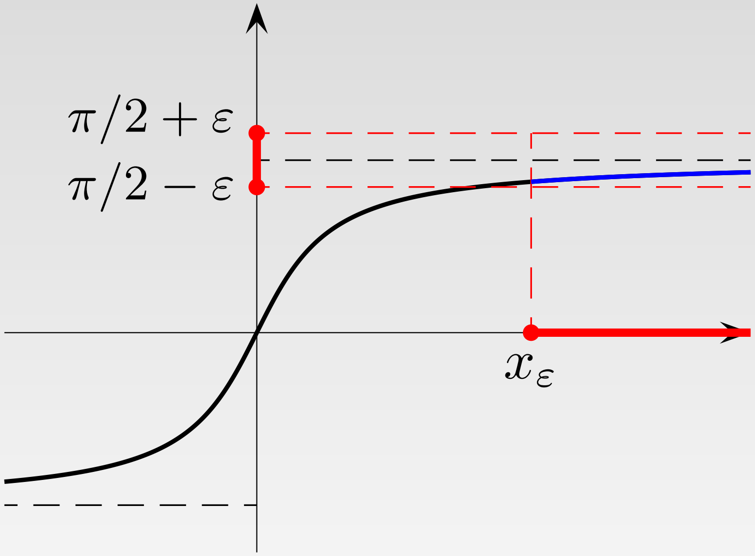
Esempio

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\boxed{\lim_{x\to+\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}}$$

Questo dev'essere vero

per ogni $\varepsilon > 0$!

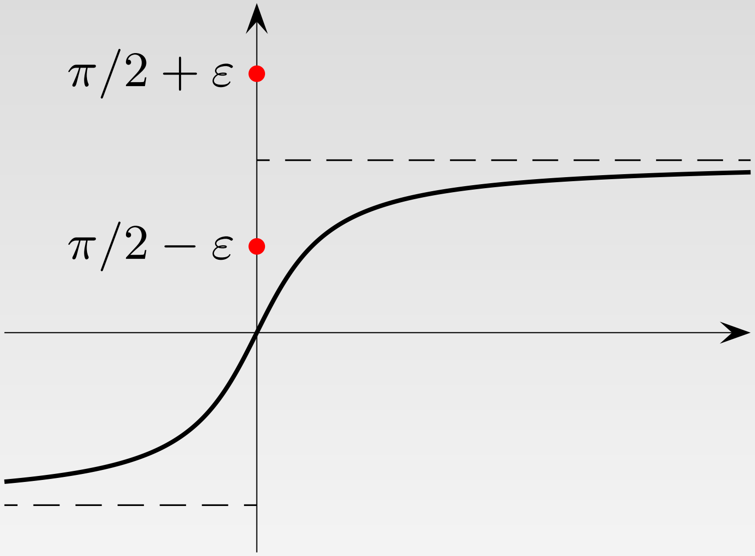


Esempio

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}}$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$



Esempio

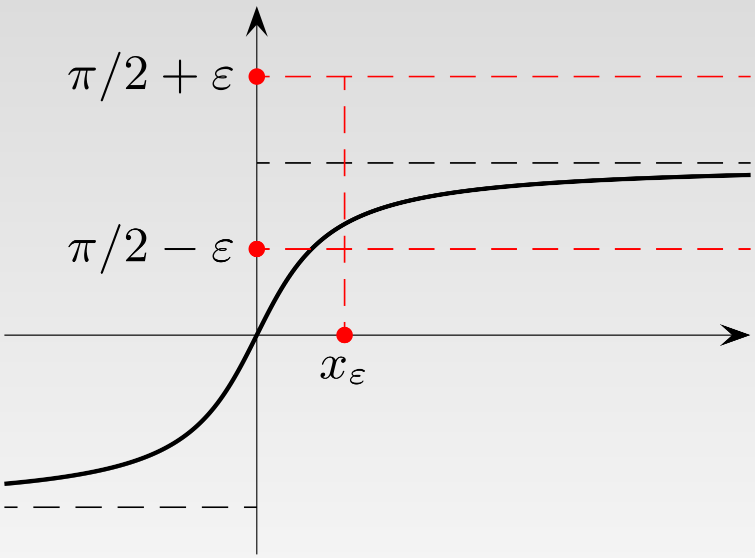
Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}}$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato

$\varepsilon > 0$

si riesce a trovare un x_ε

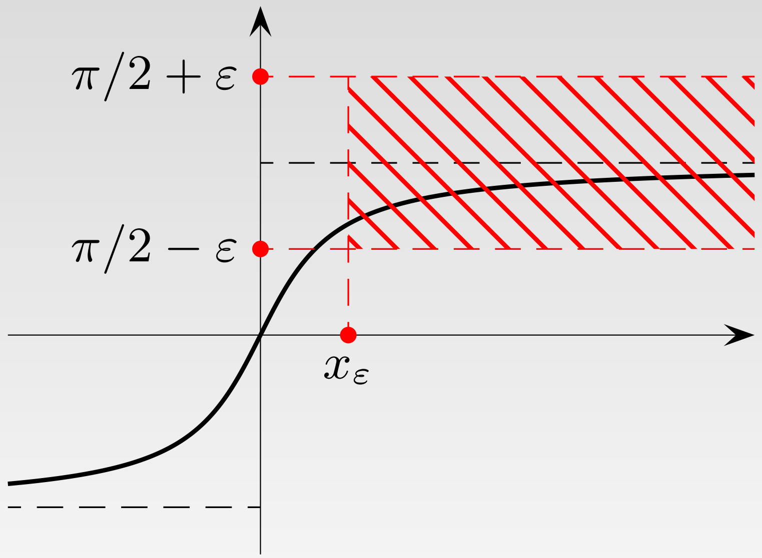


Esempio

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}}$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$
si riesce a trovare un x_ε tale che il grafico della funzione per $x > x_\varepsilon$ stia tutto nella striscia tratteggiata

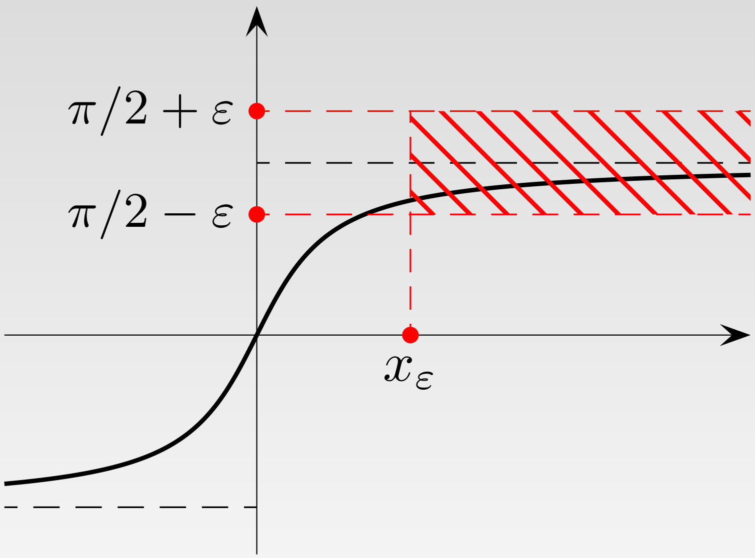


Esempio

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\boxed{\lim_{x \to +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}}$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$
si riesce a trovare un x_ε tale che il grafico della funzione per $x > x_\varepsilon$ stia tutto nella striscia tratteggiata



Esempio

Illustriamo la definizione col seguente esempio

$$\boxed{\lim_{x \longrightarrow +\infty} \operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{2}}$$

Equivalentemente è come richiedere che, dato $\varepsilon > 0$ si riesce a trovare un x_ε tale che il grafico della funzione per $x > x_\varepsilon$ stia tutto nella striscia tratteggiata