La retta reale

Materiale integrativo del

Corso integrato di

Matematica

per le scienze naturali ed applicate

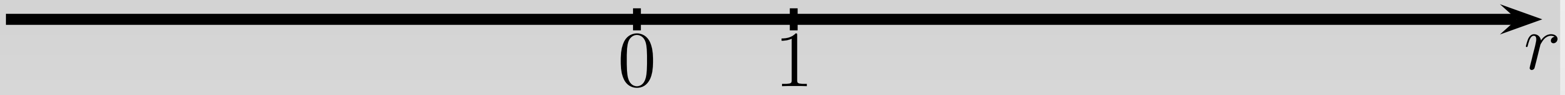
Paolo Baiti, Lorenzo Freddi

La retta reale

Sia r una retta orientata e con un'unità di misura

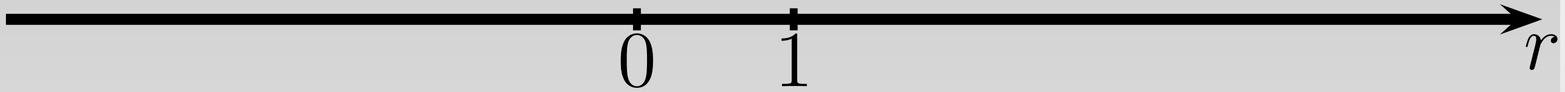
La retta reale

Sia r una retta orientata e con un'unità di misura



La retta reale

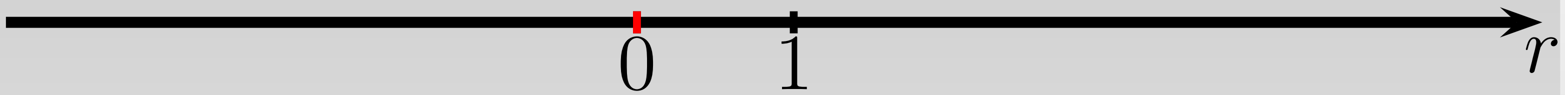
Sia r una retta orientata e con un'unità di misura



Rappresentiamo su r i numeri razionali mediante multipli e frazioni dell'unità di misura

La retta reale

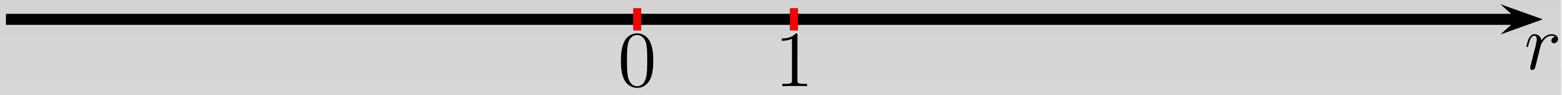
Sia r una retta orientata e con un'unità di misura



Rappresentiamo su r i numeri razionali mediante multipli e frazioni dell'unità di misura

La retta reale

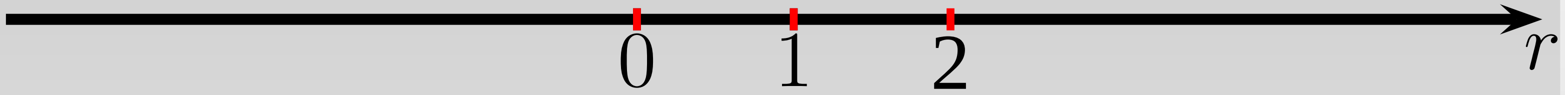
Sia r una retta orientata e con un’unità di misura



Rappresentiamo su r i numeri razionali mediante multipli e frazioni dell’unità di misura

La retta reale

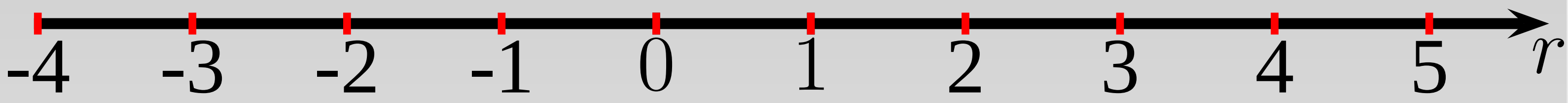
Sia r una retta orientata e con un'unità di misura



Rappresentiamo su r i numeri razionali mediante multipli e frazioni dell'unità di misura

La retta reale

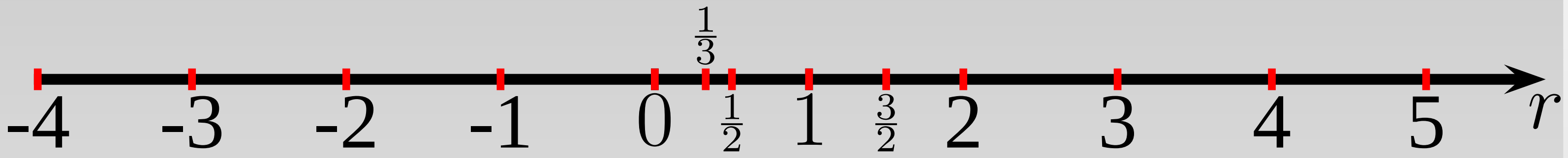
Sia r una retta orientata e con un’unità di misura



Rappresentiamo su r i numeri razionali mediante multipli e frazioni dell’unità di misura

La retta reale

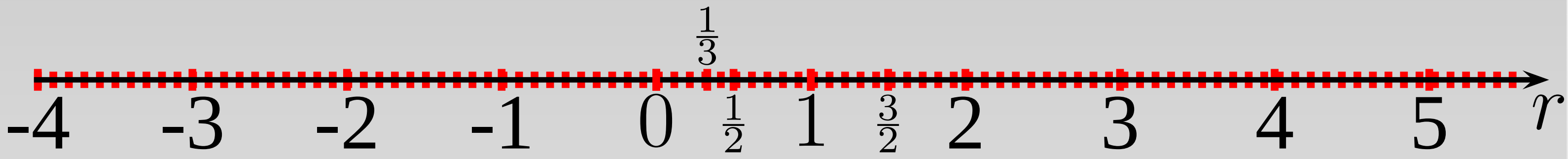
Sia r una retta orientata e con un'unità di misura



Rappresentiamo su r i numeri razionali mediante multipli e frazioni dell'unità di misura

La retta reale

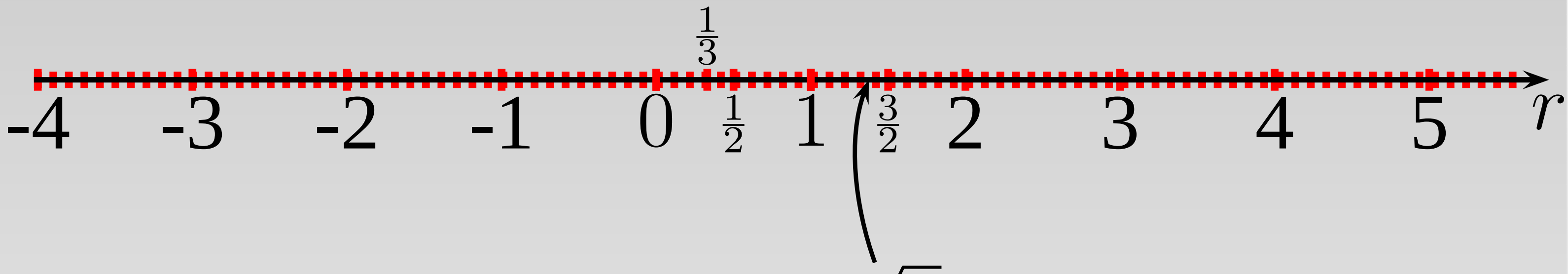
Sia r una retta orientata e con un'unità di misura



Rappresentiamo su r i numeri razionali mediante multipli e frazioni dell'unità di misura: si ottiene la "retta razionale"

La retta reale

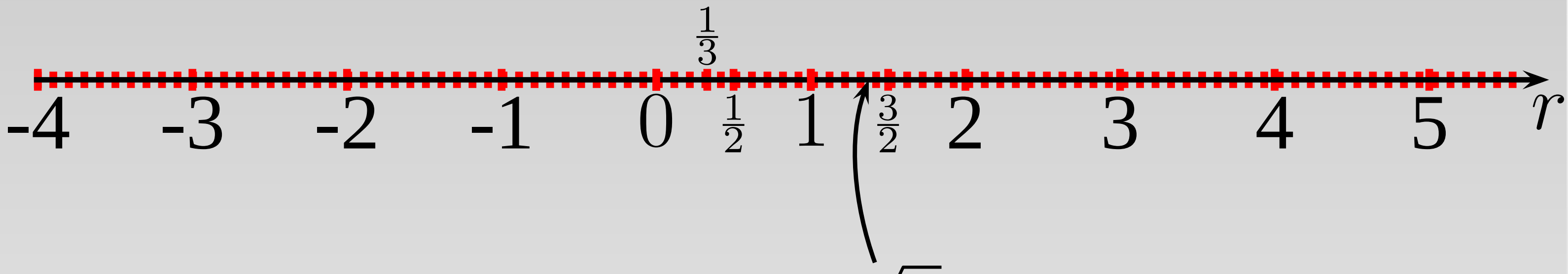
Sia r una retta orientata e con un'unità di misura



Il punto corrispondente a $\sqrt{2}$ non viene individuato perché non è una frazione.

La retta reale

Sia r una retta orientata e con un’unità di misura

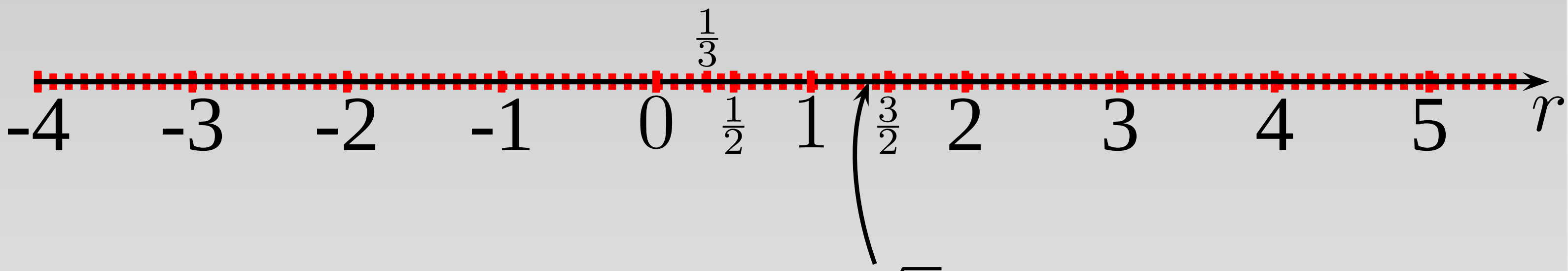


Il punto corrispondente a $\sqrt{2}$ non viene individuato perché non è una frazione.

I punti rappresentati non coprono la retta r!

La retta reale

Sia r una retta orientata e con un'unità di misura



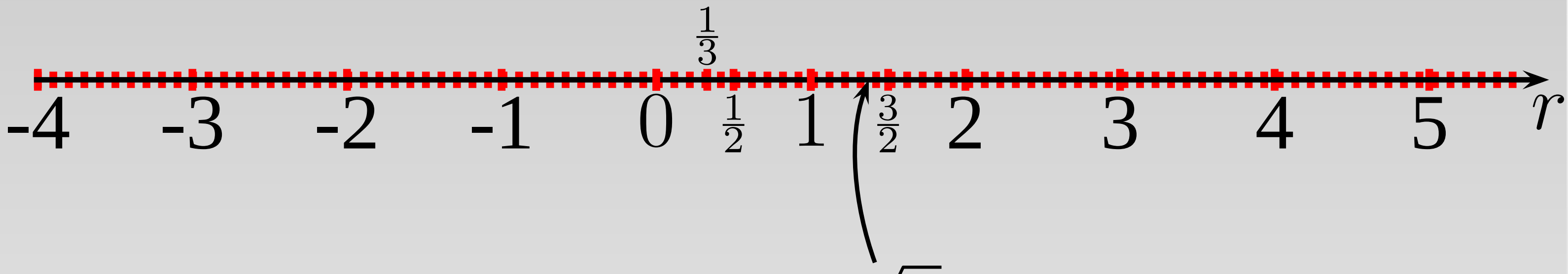
Il punto corrispondente a $\sqrt{2}$ non viene individuato perché non è una frazione.

I punti rappresentati non coprono la retta r!

La retta razionale è una linea piena di "buchi". Colmare i buchi significa aggiungere i numeri irrazionali a quelli razionali.

La retta reale

Sia r una retta orientata e con un'unità di misura



Il punto corrispondente a $\sqrt{2}$ non viene individuato perché non è una frazione.

I punti rappresentati non coprono la retta r!

> I numeri reali
> coprono tutta la retta r.

Dall’intuizione alla definizione

Abbiamo pensato i numeri irrazionali come “buchi” nella retta.

Dall'intuizione alla definizione

Abbiamo pensato i numeri irrazionali come "buchi" nella retta.
Come definireste un buco?

Dall’intuizione alla definizione

Abbiamo pensato i numeri irrazionali come “buchi” nella retta.
Come definireste un buco?
Probabilmente utilizzando ciò che lo circonda.

Dall’intuizione alla definizione

Abbiamo pensato i numeri irrazionali come “buchi” nella retta.
Come definireste un buco?
Probabilmente utilizzando ciò che lo circonda.
Uno dei modi di farlo è il seguente.

$$x \in \mathbb{R} \xleftrightarrow{\text{si identifica con}} (A, B)$$

$$A = \{\text{approssimazioni razionali per difetto}\}$$

$$B = \{\text{approssimazioni razionali per eccesso}\}$$

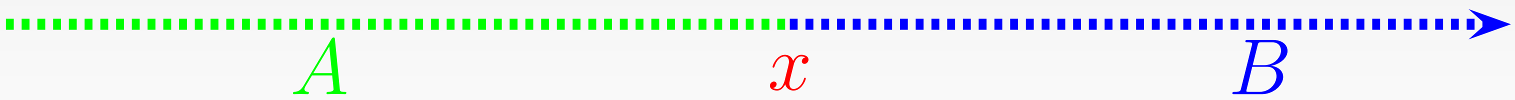
Dall’intuizione alla definizione

Abbiamo pensato i numeri irrazionali come “buchi” nella retta.
Come definireste un buco?
Probabilmente utilizzando ciò che lo circonda.
Uno dei modi di farlo è il seguente.

$$x \in \mathbb{R} \xleftrightarrow{\text{si identifica con}} (A, B)$$

$$A = \{\text{approssimazioni razionali per difetto}\}$$

$$B = \{\text{approssimazioni razionali per eccesso}\}$$



Esempio

In pratica, è possibile trovare approssimazioni razionali di x precise quanto si vuole.

Esempio

Consideriamo $\boxed{x = \sqrt{2}}$, identificato con

$$A = \{x \in \mathbb{Q} \,:\, x \leq 0\} \cup \{x \in \mathbb{Q} \,:\, x > 0,\ x^2 < 2\}$$

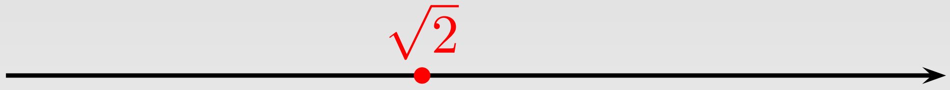
$$B = \{x \in \mathbb{Q} \,:\, x \geq 0,\ x^2 \geq 2\}$$

Esempio

Consideriamo $\boxed{x = \sqrt{2}}$, identificato con

$$A = \{x \in \mathbb{Q} \;:\; x \leq 0\} \cup \{x \in \mathbb{Q} \;:\; x > 0,\; x^2 < 2\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Q} \;:\; x \geq 0,\; x^2 \geq 2\}$$



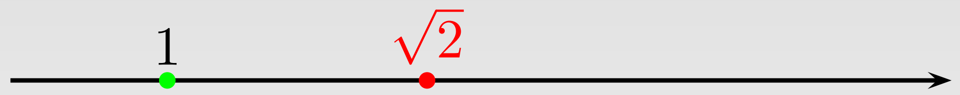
A	B

Esempio

Consideriamo $\boxed{x = \sqrt{2}}$, identificato con

$$A = \{x \in \mathbb{Q} \;:\; x \leq 0\} \cup \{x \in \mathbb{Q} \;:\; x > 0,\; x^2 < 2\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Q} \;:\; x \geq 0,\; x^2 \geq 2\}$$



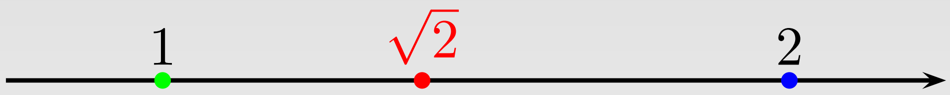
A	B
1	

Esempio

Consideriamo $\boxed{x = \sqrt{2}}$, identificato con

$$A = \{x \in \mathbb{Q} \;:\; x \leq 0\} \cup \{x \in \mathbb{Q} \;:\; x > 0,\; x^2 < 2\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Q} \;:\; x \geq 0,\; x^2 \geq 2\}$$



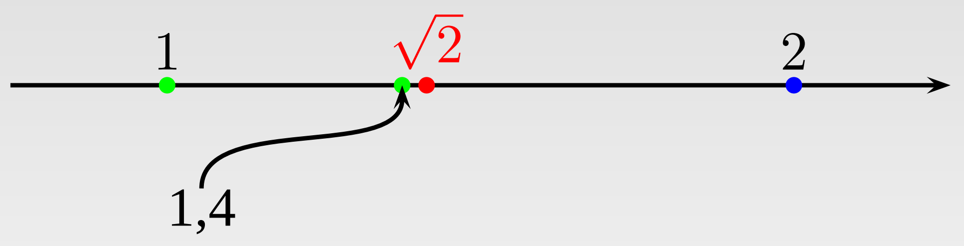
A	B
1	2

Esempio

Consideriamo $\boxed{x = \sqrt{2}}$, identificato con

$$A = \{x \in \mathbb{Q} \ : \ x \leq 0\} \cup \{x \in \mathbb{Q} \ : \ x > 0, \ x^2 < 2\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Q} \ : \ x \geq 0, \ x^2 \geq 2\}$$



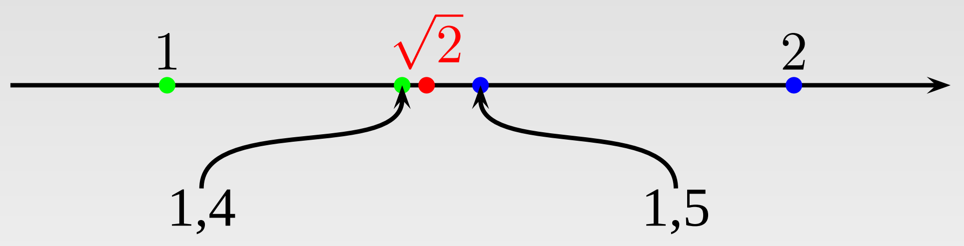
A	B
1	2
1.4	

Esempio

Consideriamo $\boxed{x = \sqrt{2}}$, identificato con

$$A = \{x \in \mathbb{Q} \ : \ x \leq 0\} \cup \{x \in \mathbb{Q} \ : \ x > 0, \ x^2 < 2\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Q} \ : \ x \geq 0, \ x^2 \geq 2\}$$



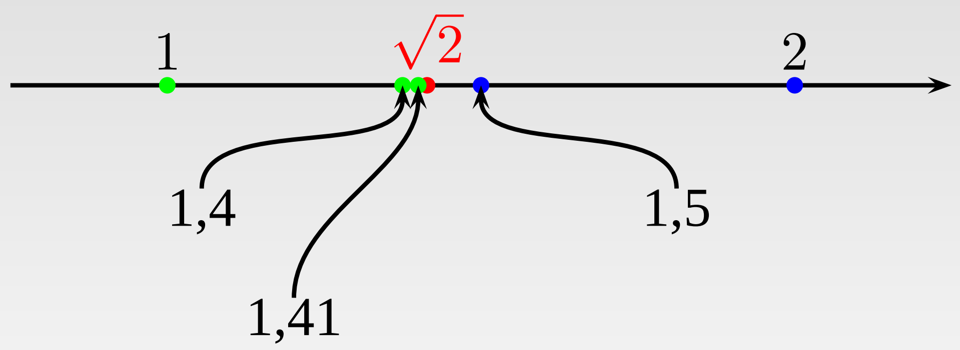
A	B
1	2
1.4	1.5

Esempio

Consideriamo $\boxed{x = \sqrt{2}}$, identificato con

$$A = \{x \in \mathbb{Q} \ : \ x \leq 0\} \cup \{x \in \mathbb{Q} \ : \ x > 0, \ x^2 < 2\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Q} \ : \ x \geq 0, \ x^2 \geq 2\}$$



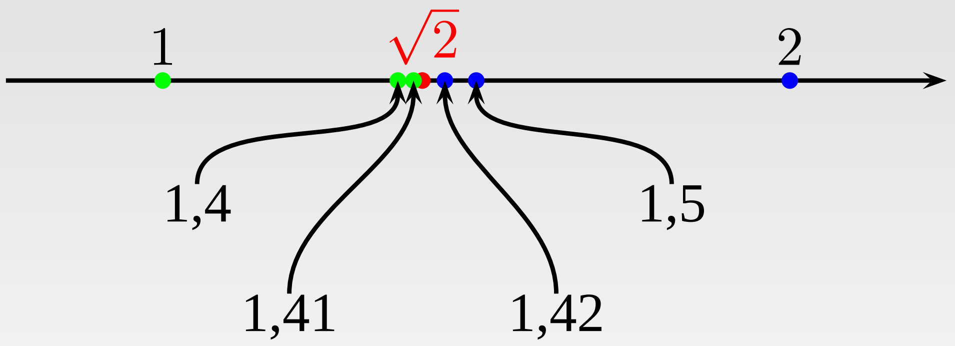
A	B
1	2
1.4	1.5
1.41	

Esempio

Consideriamo $\boxed{x = \sqrt{2}}$, identificato con

$$A = \{x \in \mathbb{Q} \,:\, x \leq 0\} \cup \{x \in \mathbb{Q} \,:\, x > 0,\ x^2 < 2\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Q} \,:\, x \geq 0,\ x^2 \geq 2\}$$



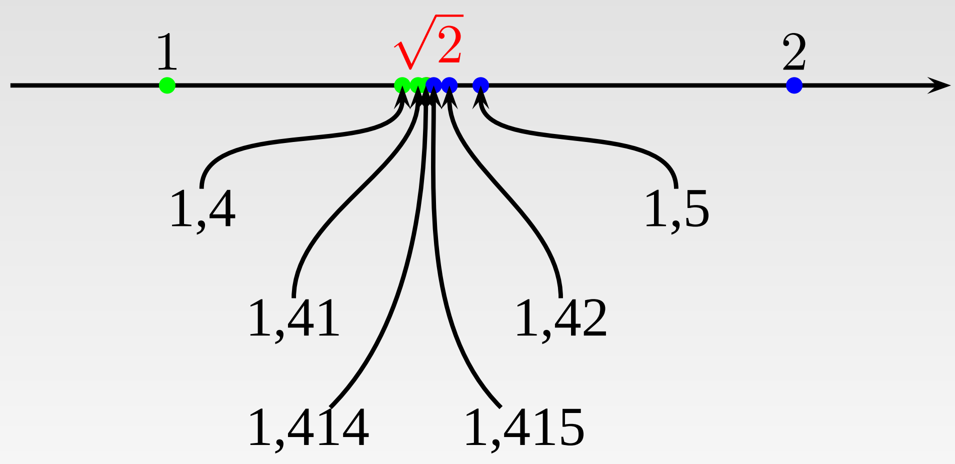
A	B
1	2
1.4	1.5
1.41	1.42

Esempio

Consideriamo $\boxed{x = \sqrt{2}}$, identificato con

$$A = \{x \in \mathbb{Q} \ : \ x \leq 0\} \cup \{x \in \mathbb{Q} \ : \ x > 0, \ x^2 < 2\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Q} \ : \ x \geq 0, \ x^2 \geq 2\}$$



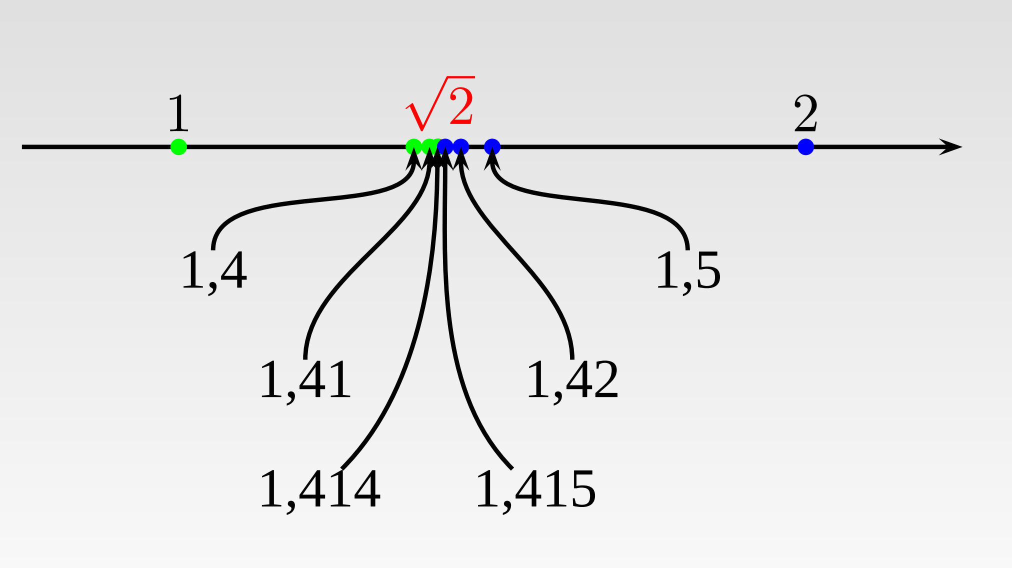
A	B
1	2
1.4	1.5
1.41	1.42
1.414	1.415

Esempio

Consideriamo $\boxed{x = \sqrt{2}}$, identificato con

$$A = \{x \in \mathbb{Q} \ : \ x \leq 0\} \cup \{x \in \mathbb{Q} \ : \ x > 0, \ x^2 < 2\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Q} \ : \ x \geq 0, \ x^2 \geq 2\}$$



A	B
1	2
1.4	1.5
1.41	1.42
1.414	1.415
1.4142	1.4143